

PŘÍKLADY NA CVIČENÍ 5 Z MA 2, 27. 10. 2025

V následujícím je $M = (M, d)$ metrický prostor.

1. Definujte, co to znamená, že prostor M je úplný a dokažte, že každý kompaktní prostor je úplný.
2. Uveďte (a zdůvodněte) příklad prostoru M , který je úplný, ale není kompaktní.
3. Nechť $M = ([0, 1), |x - y|)$. Uveďte (a zdůvodněte) příklad spojitě a omezené funkce $f: M \rightarrow \mathbb{R}$, která na M nemá maximum.
4. Nechť $F(x, y) = x^2 + 2y^2 - 1$. Pro které body $(x_0, y_0) \in \mathbb{R}^2$ s $F(x_0, y_0) = 0$ jsou splněny předpoklady věty o implicitní funkci (VIF), abychom z rovnice $F(x, y) = 0$ mohli vyjádřit $y = f(x)$ v okolí x_0 ? Vypočítejte $f'(x_0)$ dvěma způsoby: podle vzorce ve VIF a pak přímo (nalezněte $f(x)$ explicitně a zderivujte ji).
5. Totéž pro proměnnou y , tedy pro funkci $x = g(y)$.