

PŘÍKLADY NA CVIČENÍ 4 Z MA 2, 20. 10. 2025

1. Nechť je zobrazení $f = (f_1, f_2, f_3): \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^3$ dáno vztahy $f_i(x, y) = x^i + y^i, i = 1, 2, 3$. Vypočítejte matici $D\mathbf{f}$ totálního diferenciálu (míněno v obecném bodu $(x, y) \in \mathbb{R}^2$).
2. Pro který z intervalů $I = [0, 1), [0, 1]$ a $[0, +\infty)$ je pravda, že každá posloupnost $(a_n) \subset I$ má konvergentní podposloupnost s limitou v I ? Odpověď zdůvodněte.
3. Dokažte, že každý konečný metrický prostor je kompaktní.
4. Nechť $(X, |x - y|), X = \{0\} \cup \{1/n \mid n = 1, 2, \dots\} \subset \mathbb{R}$, je eukleidovský podprostor reálné osy. Je kompaktní? Odpověď zdůvodněte.
5. Je vždy průnik dvou kompaktních podmnožin metrického prostoru kompaktní množina? Odpověď zdůvodněte.