

## PŘÍKLADY NA CVIČENÍ Z MA 2, 1. 12. 2022

Hlavně opakování Riemannova integrálu funkcí jedné (reálné) proměnné.

1. Podle Vaší oblíbené definice Riemannova integrálu vypočítejte  $\int_0^1 x \, dx$ .
2. S Vaší oblíbenou definicí Riemannova integrálu dokažte, že pro žádnou neomezenou funkci  $f: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$  integrál  $\int_a^b f$  neexistuje.
3. S Vaší oblíbenou definicí Riemannova integrálu dokažte, že když integrál  $I := \int_a^b f$  existuje (a  $a \leq b$ ), pak pro něj platí odhad

$$|I| \leq (b - a) \cdot \sup(\{|f(x)| \mid a \leq x \leq b\}) .$$

4. Už to tady sice jednou bylo, ale: uveďte příklad(y) takových riemannovsky integrovatelných a nezáporných funkcí  $f, g: [a, b] \rightarrow [0, +\infty)$ , že  $\int_a^b f = \int_a^b g$ , i když  $f \neq g$ .
5. Uveďte příklad spojitě a omezeně funkce  $f: (0, 1] \rightarrow \mathbb{R}$ , která není stejnoměrně spojitá.