# PŘÍKLADY NA CVIČENÍ 6 Z MA 2, 3. 11. 2022

Nejprve ještě dva příklady na kompaktní množiny, v nich $M = (M, d)$ je metrický prostor. Pak tři příklady na determinanty, v nich $M \in \mathbb{Z}^{n\times n}$ je čtvercová $n \times n$ matice, jejíž položky jsou celá čísla.

1. Nechť $A, B \subset M$ jsou kompaktní množiny. Pomocí definice kompaktnosti posloupnostmi dokažte, že i $A \cup B$ je kompaktní množina.
2. Dokažte, že množina $A \cup B$ je kompaktní pomocí definice kompaktnosti otevřenými pokrytími.
3. Dokažte, že $\det M$ je celé číslo.
4. Nechť $M = (a_{i,j})_{i,j=1}^{n}$ a $|a_{i,j}| \le A$ pro každé $i, j = 1, 2, \ldots, n$ ($A \ge 0$ je nějaké reálné číslo). Pak $|\det M| \le ?$, to jest, jak můžeme pomocí $A$ a $n$ shora odhadnout velikost determinantu?
5. Nechť $M$ je taková regulární matice, že i její inverzní matice $M^{-1}$ je celočíselná, tj. $M^{-1} \in \mathbb{Z}^{n\times n}$. Dokažte, že pak $\det M = \pm 1$.