

## PŘÍKLADY NA CVIČENÍ 2 Z MA 2, 6. 10. 2022

1. Uveďte příklad metrického prostoru  $(X, d)$  a posloupnosti otevřených množin  $A_n \subset X$ ,  $n = 1, 2, \dots$ , v něm, že  $\bigcap_{n=1}^{\infty} A_n$  není otevřená množina.
2. Uveďte příklad metrického prostoru  $(X, d)$  a posloupnosti uzavřených množin  $A_n \subset X$ ,  $n = 1, 2, \dots$ , v něm, že  $\bigcup_{n=1}^{\infty} A_n$  není uzavřená množina.
3. Nechť  $f: X \rightarrow Y$  je zobrazení mezi metrickými prostory  $(X, d)$  a  $(Y, e)$  a  $a \in X$ . Definujte, co znamená, že  $f$  je spojitě v bodu  $a$ .
4. Nechť  $f: X_1 \rightarrow X_2$  a  $g: X_2 \rightarrow X_3$  jsou zobrazení mezi metrickými prostory  $(X_i, d_i)$ ,  $i = 1, 2, 3$ ,  $a \in X_1$ ,  $b := f(a) \in X_2$ ,  $f$  je spojitě v bodu  $a$  a  $g$  je spojitě v bodu  $b$ . Dokažte, že složené zobrazení  $g \circ f = g(f): X_1 \rightarrow X_3$  je spojitě v bodu  $a$ .
5. Nechť  $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$  je zobrazení z přednášky, tj.  $f(x, y) = xy/(x^2 + y^2)$  pro  $(x, y) \neq (0, 0)$  a  $f(0, 0) = 0$  (na  $\mathbb{R}^2$  a na  $\mathbb{R}$  máme euklidovské metriky). Spočítejte  $(\partial f / \partial x)(0, 0)$  a  $(\partial f / \partial y)(0, 0)$  a ukažte, že  $f$  není spojitě v bodu  $(0, 0)$ .