

## PŘÍKLADY NA CVIČENÍ Z MA 2, 15. 12. 2022

Něco na vícerozměrný Riemannův integrál. Pro ( $n$ -rozměrný kompaktní) interval  $J := [a_1, b_1] \times \cdots \times [a_n, b_n]$  je  $\text{vol}(J) := \prod_{j=1}^n (b_j - a_j)$ . Pro rozdělení  $P = (P_1, \dots, P_n)$  intervalu  $J$ , kde  $P_j = (a_j = t_{0,j} < t_{1,j} < \cdots < t_{m_j,j} = b_j)$  s  $m_j \in \mathbb{N}$  je rozdělení intervalu  $[a_j, b_j]$ , nazveme každý interval

$$[t_{i_1-1,1}, t_{i_1,1}] \times \cdots \times [t_{i_n-1,n}, t_{i_n,n}],$$

kde  $1 \leq i_j \leq m_j$  pro  $j = 1, 2, \dots, n$ , *interválkem (daným rozdělením  $P$ )*.

1. Kolik je interválků daných rozdělením  $P$ ?
2. Dokažte, že  $\text{vol}(J) = \sum \text{vol}(I)$ , kde sčítáme přes všechny interválky  $I$  dané rozdělením  $P$ .
3. Co to je zjemnění rozdělení  $P$ ?
4. Napište přesně znění Fubiniovy věty pro funkce  $f(x, y)$  dvou proměnných.
5. Vypočítejte v obou pořadích proměnných dvourozměrný Riemannův integrál

$$\int_J f(x, y)$$

pro  $J = [1, 2] \times [2, 3]$  a  $f(x, y) = x \sin(x + y)$ .