PŘÍKLADY NA CVIČENÍ Z MA 2, 8. 12. 2022

Ještě opakování Riemannova integrálu, ale už i funkcí více proměnných. Pro reálná čísla $a < b$ jako $\mathcal{R}(a, b)$ označíme množinu funkcí $f\colon [a, b] \to \mathbb{R}$, které na intervalu $[a, b]$ mají Riemannův integrál.

1. Nechť je funkce $f\colon [0, 1] \to \mathbb{R}$ dána jako $f(1/n) := 1$ pro $n = 1, 2, \ldots$ a jinak jako $f(x) := 0$. Je $f \in \mathcal{R}(0, 1)$? Pokud ano, spočítejte $\int_0^1 f$.
2. Dokažte implikaci $f, g \in \mathcal{R}(a, b) \Rightarrow f + g \in \mathcal{R}(a, b)$.
3. Dokažte implikaci $f, g \in \mathcal{R}(a, b) \Rightarrow fg \in \mathcal{R}(a, b)$. V této a v předešlé úloze nemusíte dokazovat z definice R. integrálu, můžete se odvolat na nějakou známou větu o R. integrálu.
4. Definujte, stručně a přesně, Riemannův integrál funkcí více proměnných.
5. Definujte stejnoměrnou spojitost funkce $f\colon M \to N$ mezi metrickými prostory (M, d) a (N, e).