

POŽADAVKY KE ZKOUŠCE Z MA 1
A INFORMACE O NÍ (LS 2023)
(M. Klazar)

Definice základních pojmů

1. definice funkce, funkce prostá, na a bijekce (př. 1)
2. supremum a infimum v lineárním uspořádání (př. 1)
3. (nejvýše) spočetná a nespočetná množina (př. 1)
4. vlastní a nevlastní limita posloupnosti, podposloupnost (př. 2)
5. liminf a limsup posloupnosti (př. 3)
6. řada, částečný součet řady, součet řady (př. 3)
7. geometrická řada a její součet, absolutně konvergentní řada (př. 4)
8. limita funkce, jednostranná limita funkce (př. 4 a 5)
9. exponenciála, logaritmus, kosinus a sinus (př. 4)
10. spojitost funkce v bodě, jednostranná spojitost funkce v bodě (př. 5)
11. asymptotické symboly O , o a \sim (př. 5)
12. kompaktní, otevřená, uzavřená množina (př. 6)
13. globální, lokální a ostré extrémy funkce (př. 6)
14. derivace funkce, jednostranná derivace funkce (př. 7)
15. standardní definice tečny (d. 9, př. 7)
16. derivace vyšších řádů (d. 8, př. 8)
17. (ryze) konvexní a konkávní funkce (d. 10, př. 8)
18. inflexní bod (d. 14, př. 8)
19. svislé asymptoty a asymptoty v nekonečnu (př. 8)

20. Taylorův polynom funkce (d. 1, př. 9), Taylorova řada funkce (d. 5, př. 9)
21. primitivní funkce (d. 8, př. 9)
22. stejnoměrná spojitost (d. 19, př. 6!)
23. (nevlastní) Newtonův integrál funkce (d. 7, př. 10 a d. 1, př. 11)
24. Riemannův integrál (d. 1, př. 12) a množina míry 0 (d. 11, př. 12)
25. Henstock–Kurzweilův integrál (d. 11, př. 13)
26. délka grafu funkce, plocha mezi grafy, objem rotačního tělesa (př. 14)

Věty a tvrzení bez důkazů

1. Definice a vlastnosti \mathbb{R} (d. 10 a t. 11, př. 1)
2. O podposloupnostech (t. 7, př. 2) a Existence monotónní podposloupnosti (t. 13, př. 2)
3. Geometrická posloupnost (t. 5, př. 3) a Liminf a limsup (v. 11, př. 3)
4. O harmonických číslech (v. 4, př. 4) a Riemannova v. (v. 5, př. 4)
5. O Riemannově funkci (t. 8, př. 5) a Limita složené funkce (v. 14, př. 5)
6. Heineho definice spojitosti (t. 1, př. 6) a Blumbergova (v. 5, př. 6) a Počet spojitých funkcí (v. 7, př. 6)
7. Derivace složené funkce (v. 18, př. 7) a Derivace inverzní funkce (v. 19, př. 7)
8. l'Hospitalovo pravidlo (v. 7, př. 8) a Konvexita a konkavita a f'' (v. 12, př. 8)
9. Lagrangeův a Cauchyův zbytek Taylorova polynomu (v. 6, př. 9) a Bellova čísla (t. 7, př. 9)
10. Riemann = Newton (dů. 6, př. 10) a Integrace substitucí (v. 15, př. 10)

11. (N) $\int_A^B f$ per partes (v. 4, př. 11) a $\int r(x)$ (v. 7, př. 11)
12. O restrikcích (t. 5, př. 12), Lebesgueova v. (v. 12, př. 12) a ZVA 2 (v. 17, př. 12)
13. Riemann = Darboux (t. 8, př. 13) a HK. \int a N. \int (v. 12, př. 13)
14. Délka grafu (v. 4, př. 14) a Integrální kritérium (dů. 14, př. 14)

Věty a tvrzení s důkazy

1. $\sqrt{2} \notin \mathbb{Q}$ (v. 8, př. 1) a Cantorova (v. 17, př. 1)
2. Jednoznačnost limity (t. 4, př. 2) a Bolzano–Weierstrassova (v. 15, př. 2)
3. Limita a uspořádání (v. 6, př. 3) a Cauchyova podmínka (v. 17, př. 2)
4. Nutná podmínka konvergence řady (t. 2, př. 4) a Harmonická řada (t. 3, př. 4)
5. Heineho definice (v. 14, př. 4) a Aritmetika limit funkcí (v. 11, př. 5)
6. Nabývání mezhodnot (v. 8, př. 6) a Princip minima a maxima (v. 13, př. 6)
7. Nutná podmínka extrému (v. 4, př. 7) a Leibnizův vzorec (v. 16, př. 7)
8. Lagrangeova (v. 2, př. 8) a Derivace a monotonie 1 (v. 4, př. 8)
9. Taylorův polynom (v. 2, př. 9) a Nejednoznačnost primitivní funkce (v. 9, př. 9)
10. Monotonie (N) \int (t. 8, př. 10) a Derivace jsou Darbouxovy (v. 12, př. 10)
11. Bachetova identita (t. 10, př. 11)
12. Neomezené funkce jsou špatné (t. 8, př. 12) a Baireova v. (v. 10, př. 12)
13. $\underline{\int} \leq \overline{\int}$ (t. 7, př. 13) a ZVA 1 (v. 1, př. 13)

14. Vzorec $\sum = f + f$ (v. 15, př. 14)

Vzorová písemka

1. (10 b.) Vypočítejte objem rotačního tělesa

$$V(1, 2, \log x) .$$

Svůj výpočet přiměřeně zdůvodněte.

2. (a) (2 b.) Definujte součet řady.

(b) (4 b.) Ano nebo ne: když $c \in \mathbb{R}$ a $\sum a_n$ je řada, pak tato řada konverguje, právě když konverguje řada $\sum ca_n$.

(c) (4 b.) $\frac{5}{9} + \frac{5}{27} + \frac{5}{81} + \frac{5}{243} + \dots = ?$

Své odpovědi přiměřeně zdůvodněte.

3. (a) (2 b.) Napište tvrzení o Heineho definici spojitosti.

(b) (4 b.) Ano nebo ne: funkci $f: \mathbb{R} \setminus \{0\} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{1}{x} \sin(1/x)$ lze v 0 spojitě dodefinovat.

(c) (4 b.) Ano nebo ne: funkci $f: \mathbb{R} \setminus \{0\} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{\sin x}{x}$ lze v 0 spojitě dodefinovat.

Své odpovědi přiměřeně zdůvodněte.

4. (a) (4 b.) Napište znění věty: Lagrangeova věta o střední hodnotě.

(b) (6 b.) Dokažte ji.

Technické poznámky o zkoušce. Písemka na 90 minut se 4 příklady po 10 bodech: (1) počítací (zjednodušený průběh funkce nebo výpočet integrálu), (2) definice, (3) věta/tvrzení bez důkazu a (4) věta/tvrzení s důkazem, s doplňkovými otázkami. Hodnocení: 0–19 za 4, 20–26 za 3, 27–33 za 2 a 34–40 za 1. Při zisku bodů blízko horní hranice možnost ústního dozkoušení na lepší známku. Konkrétní požadavky jsou uvedeny výše. U zkoušky nejsou povoleny žádné pomůcky (kalkulačky, zápisky, přítel na telefonu . . . , výjimky u hendikepovaných studentů povoluje examinátor). U zkoušky je povoleno používat připravenou tabulku derivací např. v rozsahu věty 20 v přednášce 7. Další příklady minulých zkouškových písemek jsou na stránce minulé výuky M. Klazara (jsou ale pro MA 1 ve staré akreditaci).