

**Jméno a příjmení, kruh:**

**Zkouška z Matematické analýzy I, 26. ledna 2007 (90 minut)**

1. (6 b.) Nalezněte lokální a globální extrémů funkce definované jako

$$f(x) = 3 + \sin x + \cos x.$$

Odpovědi zdůvodněte.

2. (6 b.)

- (a) Definujte pojmy: funkce ryze konvexní na intervalu; inflexní bod funkce; asymptota funkce.
- (b) Ano nebo ne: Funkce  $f : [0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ , která má v  $+\infty$  asymptotu, nemá globální maximum nebo nemá globální minimum. Odpověď zdůvodněte.

3. (6 b.)

- (a) Diskutujte (bez důkazů) konvergenci a součet dvou nejdůležitějších řad, geometrické řady  $\sum_{n=0}^{\infty} q^n$  pro  $q \in \mathbb{R}$  a řady

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^s}, \quad s \in \mathbb{R}.$$

- (b) Ano nebo ne: Je-li geometrická řada konvergentní, potom je absolutně konvergentní. Odpověď zdůvodněte.
- (c) Necht'  $x = \frac{4}{5}$ . Rozhodněte, zda

$$\sum_{n=1}^{\infty} (x^{n+3} - x^{2n}) > 0.$$

Odpověď zdůvodněte.

4. (6 b.) Zformulujte a dokažte Cauchyovu větu o střední hodnotě.