

Jméno: 12. 12. 2025 A

U pravdivé možnosti zakroužkujte **(a)**, což znamená „ano“. U nepravdivé zakroužkujte **(n)**, což znamená „ne“. Pro opravu vepište správnou možnost velkým tiskacím písmenem A/N do rámečku.

Pouze ☐ **(a)** **n** nebo ☐ **A** znamená „ano“. Pouze ☐ **a** **(n)** nebo ☐ **N** znamená „ne“. Vše jiné znamená „nevím“.

1. Pokud každý z vektorů $\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2$ a $\mathbf{x}_3$ je řešením soustavy $\mathbf{Ax} = \mathbf{b}$ nad reálnými čísly, potom

- ☐ ~~**(n)**~~ $\mathbf{x}_1 - \mathbf{x}_2 + \mathbf{x}_3$ je řešením soustavy $\mathbf{Ax} = \mathbf{b}$.
☐ ~~**(n)**~~ $\mathbf{x}_1 - \mathbf{x}_3$ je řešením soustavy $\mathbf{Ax} = \mathbf{0}$.
☐ **a** ~~**(n)**~~ $\mathbf{x}_1 + \mathbf{x}_2$ je řešením soustavy $\mathbf{Ax} = \mathbf{b}$.
☐ ~~**(n)**~~ $\mathbf{x}_1 - \mathbf{x}_2 - \mathbf{x}_3$ je řešením soustavy $\mathbf{Ax} = -\mathbf{b}$.

2. Regulární matice stejného řádu nad stejným tělesem jsou uzavřeny na operaci

- ☐ ~~**(n)**~~ transpozice.
☐ **a** ~~**(n)**~~ součtu.
☐ ~~**(n)**~~ součinu.
☐ ~~**(n)**~~ inverze.

3. Množina všech permutací pětiprvkové množiny s operací skládání permutací tvoří

- ☐ **a** ~~**(n)**~~ těleso.
☐ **a** ~~**(n)**~~ Abelovu grupu.
☐ ~~**(n)**~~ nekomutativní grupu.
☐ **a** ~~**(n)**~~ vektorový prostor nad $\mathbb{Z}_5$.

4. Každá čtvercová matice $\mathbf{A}$ řádu 5 nad tělesem $\mathbb{Z}_2$

- ☐ ~~**(n)**~~ má mocninu $\mathbf{A}^2$.
☐ ~~**(n)**~~ je rovna své opačné matici $-\mathbf{A}$.
☐ ~~**(n)**~~ je rovna matici $\mathbf{A} + \mathbf{A} + \mathbf{A} + \mathbf{A} + \mathbf{A}$.
☐ **a** ~~**(n)**~~ má inverzní matici $\mathbf{A}^{-1}$.

5. U čtvercové reálné matice $\mathbf{A}$ řádu n je rank $\mathbf{A}$ rovno

- ☐ ~~**(n)**~~ dimenzi řádkového prostoru matice $\mathbf{A}$.
☐ **a** ~~**(n)**~~ dimenzi jádra matice $\mathbf{A}^T$.
☐ ~~**(n)**~~ dimenzi sloupcového prostoru matice $\mathbf{A}$.
☐ **a** ~~**(n)**~~ dimenzi jádra matice $\mathbf{A}$.

6. Vektor souřadnic vektoru $\mathbf{c}_3 - \mathbf{c}_2$ vůči uspořádané bázi $(\mathbf{c}_1, \dots, \mathbf{c}_4)$ prostoru $\mathbb{Z}_5^4$ je

- ☐ **a** ~~**(n)**~~ $(3, -2, 0, 0)^T$.
☐ **a** ~~**(n)**~~ $(3, 3, 0, 0)^T$.
☐ ~~**(n)**~~ $(0, 4, 1, 0)^T$.
☐ **a** ~~**(n)**~~ $(0, 3, 3, 0)^T$.

7. Lineární zobrazení $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ dané maticí $[f]_{E,E} = 2\mathbf{I}$ vůči standardní bázi E je

- ☐ **a** ~~**(n)**~~ identita.
☐ ~~**(n)**~~ na.
☐ ~~**(n)**~~ prosté.
☐ **a** ~~**(n)**~~ osová souměrnost podle osy 1. a 3. kvadrantu.

Jméno: 12. 12. 2025 B

U pravdivé možnosti zakroužkujte **(a)**, což znamená „ano“. U nepravdivé zakroužkujte **(n)**, což znamená „ne“. Pro opravu vepište správnou možnost velkým tiskacím písmenem A/N do rámečku.

Pouze ☐ **(a)** **n** nebo ☐ **A** znamená „ano“. Pouze ☐ **a** **(n)** nebo ☐ **N** znamená „ne“. Vše jiné znamená „nevím“.

1. Provedení elementární ekvivalentní řádkové úpravy na rozšířenou matici soustavy nikdy nezmění

- ☐ **a** ☒ počet nenulových řádků nerozšířené matice soustavy, t.j. počet nede degenerovaných rovnic.
☐ ☒ **n** množinu řešení soustavy.
☐ **a** ☒ vektor pravých stran.
☐ ☒ **n** počet proměnných soustavy, t.j. počet sloupců nerozšířené matice soustavy.

2. Pro libovolné reálné regulární matice A, B téhož řádu platí

- ☐ **a** ☒ $(A + B)^{-1} = B^{-1} + A^{-1}$.
☐ ☒ **n** $(AB)^{-1} = B^{-1}A^{-1}$.
☐ **a** ☒ $(2A)^{-1} = 2A^{-1}$.
☐ ☒ **n** $(A^T)^{-1} = (A^{-1})^T$.

3. Množina $A = \{a\}$ s binární operací ∇ definovanou $a\nabla a = a$

- ☐ **a** ☒ netvoří grupu, protože nemá neutrální prvek.
☐ ☒ **n** tvoří grupu.
☐ ☒ **n** tvoří Abelovskou grupu.
☐ **a** ☒ netvoří grupu, protože ∇ není binární operace na množině A .

4. V tělese $\mathbb{Z}_5$ platí

- ☐ ☒ **n** $(-1)^{51} = 4$.
☐ ☒ **n** $3^{53} = 3$.
☐ **a** ☒ $4^{54} = 4$.
☐ **a** ☒ $2^{52} = 2$.

5. Je-li $Ax = b$ soustava, pak počet volných proměnných je roven

- ☐ **a** ☒ dimenzi řádkového prostoru matice A .
☐ **a** ☒ dimenzi sloupcového prostoru matice A .
☐ ☒ **n** dimenzi jádra matice A .
☐ **a** ☒ hodnosti matice A .

6. Vektor souřadnic vektoru $(2, 4, 6)^T$ vůči uspořádané bázi $((0, 1, 0)^T, (1, 0, 0)^T, (0, 0, 2)^T)$ prostoru $\mathbb{R}^3$ je

- ☐ **a** ☒ $(1, 2, 3)^T$.
☐ **a** ☒ $(4, 2, 12)^T$.
☐ ☒ **n** $(4, 2, 3)^T$.
☐ **a** ☒ $(2, 4, 12)^T$.

7. Pokud pro složení lineárních zobrazení $f : U \rightarrow V$ a $g : V \rightarrow U$ platí, že $f \circ g = \text{id}$ a $g \circ f = \text{id}$, pak

- ☐ ☒ **n** $g \circ f \circ g = g$.
☐ ☒ **n** g je isomorfismus.
☐ **a** ☒ g je identita.
☐ ☒ **n** g je prosté.

Jméno: 19. 12. 2025 A

U pravdivé možnosti zakroužkujte **(a)**, což znamená „ano“. U nepravdivé zakroužkujte **(n)**, což znamená „ne“. Pro opravu vepište správnou možnost velkým tiskacím písmenem A/N do rámečku.

Pouze ☐ **(a)** **n** nebo ☐ **A** znamená „ano“. Pouze ☐ **a** **(n)** nebo ☐ **N** znamená „ne“. Vše jiné znamená „nevím“.

1. Počet bázeických proměnných nehomogenní soustavy lineárních rovnic je

- ☐ ~~**(n)**~~ **n** roven hodnoti nerozšířené matice soustavy.
☐ ~~**(n)**~~ **n** roven počtu pivotů po převedení nerozšířené matice do odstupňovaného tvaru.
☐ **a** ~~**(n)**~~ roven hodnoti rozšířené matice soustavy.
☐ **a** ~~**(n)**~~ vždy větší než počet volných proměnných.

2. Součin čtvercových matic **A**, **B** stejného řádu nad stejným tělesem je

- ☐ ~~**(n)**~~ **n** čtvercová matice.
☐ **a** ~~**(n)**~~ roven nenulové matici, pokud jsou **A** i **B** nenulové.
☐ **a** ~~**(n)**~~ komutativní.
☐ ~~**(n)**~~ **n** asociativní.

3. Mezi axiomy grupy $(G, \circ)$ patří

- ☐ **a** ~~**(n)**~~ $\exists b \in G \forall a \in G : a \circ b = b \circ a = e$, kde e je neutrální prvek grupy.
☐ ~~**(n)**~~ **n** $\forall a \in G \exists b \in G : a \circ b = b \circ a = e$, kde e je neutrální prvek grupy.
☐ ~~**(n)**~~ **n** $\exists e \in G \forall a \in G : a \circ e = e \circ a = a$.
☐ **a** ~~**(n)**~~ $\forall a \in G \exists e \in G : a \circ e = e \circ a = a$.

4. Homogenní soustava lineárních rovnic o 5 neznámých nad $\mathbb{Z}_3$ s maticí soustavy hodnoti 2 má

- ☐ **a** ~~**(n)**~~ 8 řešení.
☐ ~~**(n)**~~ **n** 27 řešení.
☐ **a** ~~**(n)**~~ množinu řešení dimenze 2.
☐ **a** ~~**(n)**~~ 4 řešení.

5. Mezi podprostory vektorového prostoru $\mathbb{R}^3$ patří

- ☐ ~~**(n)**~~ **n** $\{\mathbf{0}_3\}$, kde $\mathbf{0}_3 \in \mathbb{R}^3$.
☐ **a** ~~**(n)**~~ $\mathbb{Z}^3$.
☐ **a** ~~**(n)**~~ $\mathbb{R}^2$.
☐ ~~**(n)**~~ **n** $\{(x, y, z)^T : 2x - 4y = 0 \wedge x, y, z \in \mathbb{R}\}$.

6. Tři vektory v $\mathbb{R}^3$ jsou lineárně závislé, pokud jim odpovídající body

- ☐ ~~**(n)**~~ **n** leží na přímce.
☐ ~~**(n)**~~ **n** tvoří trojúhelník s jedním vrcholem v počátku.
☐ ~~**(n)**~~ **n** leží na kružnici se středem v počátku.
☐ **a** ~~**(n)**~~ tvoří trojúhelník ležící v rovině dané rovnicí $x + y + z = 1$.

7. Pro vektor nulového vektoru v lineárním zobrazení $f : U \rightarrow V$, t.j. množinu $\{\mathbf{u} \in U : f(\mathbf{u}) = \mathbf{0}\}$ vždy platí

- ☐ **a** ~~**(n)**~~ má stejnou dimenzi jako prostor V .
☐ **a** ~~**(n)**~~ vektor tvoří pouze nulový vektor prostoru U .
☐ ~~**(n)**~~ **n** vektor se shoduje s jádrem lineárního zobrazení f .
☐ ~~**(n)**~~ **n** vektor je podprostorem vektorového prostoru U .

Jméno: 19. 12. 2025 B

U pravdivé možnosti zakroužkujte **(a)**, což znamená „ano“. U nepravdivé zakroužkujte **(n)**, což znamená „ne“. Pro opravu vepište správnou možnost velkým tiskacím písmenem A/N do rámečku.

Pouze ☐ **(a)** **n** nebo ☐ **A** znamená „ano“. Pouze ☐ **a** **(n)** nebo ☐ **N** znamená „ne“. Vše jiné znamená „nevím“.

1. Matice v odstupňovaném tvaru, které lze z jedné dané matice získat řádkovými úpravami mají

- ☐ **(X)** **n** stejný počet volných proměnných.
- ☐ **a** **(X)** pivoty stejných hodnot na stejných pozicích.
- ☐ **(X)** **n** stejnou množinu bázeických proměnných.
- ☐ **(X)** **n** stejný počet nulových řádků.

2. Reálná matice **A** je regulární, pokud

- ☐ **(X)** **n** po převedení do odstupňovaného tvaru se počet pivotů shoduje s počtem řádků i sloupců.
- ☐ **a** **(X)** má soustava $\mathbf{Ax} = \mathbf{b}$ pro libovolné $\mathbf{b} \in \mathbb{R}^n$ alespoň jedno řešení.
- ☐ **(X)** **n** $\mathbf{A}^T$ je regulární.
- ☐ **(X)** **n** ji lze elementárními ekvivalentními úpravami převést na jednotkovou matici.

3. Pro grupu $(G, \circ)$ na alespoň dvou prvcích platí, že

- ☐ **a** **(X)** inverzní prvek je určen jednoznačně a je v celé grupě jen jeden.
- ☐ **(X)** **n** neutrální prvek je určen jednoznačně a je v celé grupě jen jeden.
- ☐ **a** **(X)** hodnota neutrálního prvku závisí na volbě prvku, pro nějž má být neutrální.
- ☐ **(X)** **n** hodnota inverzního prvku závisí na volbě prvku, k němuž má být inverzní.

4. V tělese $\mathbb{Z}_5$ platí

- ☐ **a** **(X)** žádný prvek není opačný sám k sobě.
- ☐ **(X)** **n** součin je komutativní.
- ☐ **(X)** **n** součin je asociativní.
- ☐ **(X)** **n** prvek 4 je inverzní sám k sobě.

5. Je-li $\mathbf{Ax} = \mathbf{b}$ soustava, pak počet bázeických proměnných je roven

- ☐ **(X)** **n** hodnosti matice **A**.
- ☐ **a** **(X)** dimenzi řádkového prostoru matice $(\mathbf{A}|\mathbf{b})$.
- ☐ **a** **(X)** dimenzi jádra matice **A**.
- ☐ **(X)** **n** dimenzi sloupcového prostoru matice **A**.

6. Mezi lineárně závislé množiny patří

- ☐ **(X)** **n** množina $\{\mathbf{0}\}$ v libovolném vektorovém prostoru.
- ☐ **a** **(X)** množina vektorů standardní báze v libovolném aritmetickém vektorovém prostoru.
- ☐ **a** **(X)** prázdná množina v libovolném vektorovém prostoru.
- ☐ **(X)** **n** množina V v libovolném vektorovém prostoru $(V, +, \cdot)$.

7. Matice $[f]_{E,E}$ prostého lineárního zobrazení $f: \mathbb{R}^4 \rightarrow \mathbb{R}^5$ vůči standardní bázi E má

- ☐ **(X)** **n** 5 řádků, 4 sloupců.
- ☐ **(X)** **n** hodnost 4.
- ☐ **a** **(X)** jádro dimenze 1.
- ☐ **a** **(X)** 4 řádky, 5 sloupců.

Jméno: 9. 1. 2026 A

U pravdivé možnosti zakroužkujte **(a)**, což znamená „ano“. U nepravdivé zakroužkujte **(n)**, což znamená „ne“. Pro opravu vepište správnou možnost velkým tiskacím písmenem A/N do rámečku.

Pouze ☐ **(a)** **n** nebo ☐ **A** znamená „ano“. Pouze ☐ **a** ☒ **(n)** nebo ☐ **N** znamená „ne“. Vše jiné znamená „nevím“.

1. Soustava tří nede degenerovaných lineárních rovnic dvou reálných neznámých má řešení, pokud

- ☐ ☒ **n** průnik všech tří přímek odpovídajících rovnicím je neprázdný.
☐ ☒ **n** všechny tři přímky procházejí počátkem.
☐ **a** ☒ žádné dvě z přímek odpovídajících rovnicím nejsou rovnoběžné.
☐ **a** ☒ každá dvojice přímek odpovídajících rovnicím se navzájem protíná nebo shoduje.

2. Každá množina matic stejného typu nad stejným tělesem T , t.j. $M = T^{m \times n}$, je uzavřena na

- ☐ **a** ☒ součin matic se svými transpozicemi, t.j. $A \in M \Rightarrow AA^T \in M$.
☐ ☒ **n** skalární násobky matic prvky tělesa T , t.j. $(A \in M \wedge t \in T) \Rightarrow tA \in M$.
☐ **a** ☒ provedení transpozice matice, t.j. $A \in M \Rightarrow A^T \in M$.
☐ ☒ **n** součet matic, t.j. $A, B \in M \Rightarrow A + B \in M$.

3. Grupou tvoří

- ☐ ☒ **n** celočíselné násobky sedmi se sčítáním.
☐ **a** ☒ $\{(2, 3, 1), (1, 2, 3)\}$ s operací skládání permutací. (Jde o jednořádkový zápis obrazů 1, 2 a 3.)
☐ **a** ☒ nezáporná racionální čísla s násobením.
☐ **a** ☒ lichá celá čísla se sčítáním.

4. Pro každé prvočíslo $p \geq 2$ platí

- ☐ **a** ☒ $\forall a \in \{0, \dots, p\}: a^p \equiv 1 \pmod{p}$.
☐ ☒ **n** $\forall a \in \{1, \dots, p\}: a^p \equiv a \pmod{p}$.
☐ ☒ **n** $\forall a \in \{1, \dots, p-1\}: a^{p-1} \equiv 1 \pmod{p}$.
☐ **a** ☒ $\forall a \in \{0, \dots, p-1\}: a^{p-1} \equiv a \pmod{p}$.

5. Pro každé dva podprostory téhož vektorového prostoru platí, že

- ☐ **a** ☒ jejich sjednocení tvoří také podprostor.
☐ ☒ **n** jsou prostory nad stejným tělesem.
☐ ☒ **n** mají neprázdný průnik.
☐ **a** ☒ mají stejnou dimenzi.

6. Pro vektorový prostor U nad T a $v_1, \dots, v_k \in U$ znamená výrok $\forall u \in U \exists a_1, \dots, a_k \in T: u = \sum_{i=1}^k a_i v_i$, že

- ☐ **a** ☒ koeficienty $a_1, \dots, a_k$ tvoří vektor souřadnic vektoru u .
☐ ☒ **n** vektory $v_1, \dots, v_k$ generují prostor U .
☐ **a** ☒ dimenze prostoru U je k .
☐ **a** ☒ vektory $v_1, \dots, v_k$ tvoří bázi prostoru U .

7. Pro složení $g \circ f$ dvou izomorfismů $f: U \rightarrow V$ a $g: V \rightarrow W$ platí

- ☐ ☒ **n** $(g \circ f)^{-1} = f^{-1} \circ g^{-1}$.
☐ **a** ☒ $(g \circ f)^{-1} = g^{-1} \circ f$.
☐ **a** ☒ $(g \circ f)^{-1} = g^{-1} \circ f^{-1}$.
☐ **a** ☒ $(g \circ f)^{-1} = f \circ g^{-1}$.

Jméno: 9. 1. 2026 B

U pravdivé možnosti zakroužkujte **(a)**, což znamená „ano“. U nepravdivé zakroužkujte **(n)**, což znamená „ne“. Pro opravu vepište správnou možnost velkým tiskacím písmenem A/N do rámečku.

Pouze ☐ **(a)** **n** nebo ☐ **A** znamená „ano“. Pouze ☐ **a** **(n)** nebo ☐ **N** znamená „ne“. Vše jiné znamená „nevím“.

1. Existuje homogenní soustava reálných lineárních rovnic se čtvercovou maticí soustavy řádu 3 taková, že

- ☐ **(X)** **n** její množina řešení je $\{0\}$.
☐ **a** **(X)** její množina řešení neobsahuje vektor 0 .
☐ **a** **(X)** její množina řešení je $\emptyset$, t.j. soustava nemá žádné řešení.
☐ **(X)** **n** její množina řešení je $\mathbb{R}^3$, čili neexistuje vektor, který by nebyl řešením.

2. Pro každou celočíselnou čtvercovou matici A platí, že matice $A^T + A$

- ☐ **a** **(X)** je nezáporná.
☐ **(X)** **n** má sudá čísla na diagonále.
☐ **a** **(X)** má sudá čísla mimo diagonálu.
☐ **(X)** **n** je symetrická.

3. Mezi axiomy grupy $(G, \circ)$ patří

- ☐ **a** **(X)** $\forall a, b \in G : a \circ b = b \circ a$.
☐ **a** **(X)** $\forall a \in G \exists e \in G : a \circ e = e \circ a = a$.
☐ **(X)** **n** $\exists e \in G \forall a \in G : a \circ e = e \circ a = a$.
☐ **(X)** **n** $\forall a, b, c \in G : (a \circ b) \circ c = a \circ (b \circ c)$.

4. Každá regulární matice A řádu 2 nad $\mathbb{Z}_5$

- ☐ **(X)** **n** má inverzní matici A^{-1} .
☐ **a** **(X)** je rovna své opačné matici $-A$.
☐ **(X)** **n** je rovna matici $4A + 2A$.
☐ **(X)** **n** má mocninu A^5 .

5. Na množině symetrických matic řádu alespoň 2 nad libovolným tělesem T

- ☐ **(X)** **n** se u každé matice shoduje řádkový prostor s jejím sloupcovým prostorem.
☐ **(X)** **n** se u každé matice A shoduje řádkový prostor s řádkovým prostorem matice A^T .
☐ **a** **(X)** existuje matice A taková, že její řádkový prostor je jiný než její sloupcový prostor.
☐ **(X)** **n** se u každé matice shoduje dimenze řádkového prostoru s dimenzí jejího sloupcového prostoru.

6. Správný předpoklad lemmatu o výměně pro výměnu v za c_i mezi generátory $c_1, \dots, c_n$ je

- ☐ **a** **(X)** $\forall a_1, \dots, a_n : v = \sum_{j=1}^n a_j c_j \wedge a_1, \dots, a_n \neq 0$.
☐ **(X)** **n** $\exists a_1, \dots, a_n : v = \sum_{j=1}^n a_j c_j \wedge a_i \neq 0$.
☐ **a** **(X)** $\exists a_1, \dots, a_n : v = \sum_{j=1}^n a_j c_j \wedge a_1, \dots, a_n \neq 0$.
☐ **a** **(X)** $\forall a_1, \dots, a_n : v = \sum_{j=1}^n a_j c_j \wedge a_i \neq 0$.

7. Skládání lineárních zobrazení $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ je binární operace, která

- ☐ **(X)** **n** je asociativní.
☐ **(X)** **n** má neutrální prvek.
☐ **a** **(X)** je komutativní.
☐ **a** **(X)** má pro každé lineární zobrazení $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ inverzní prvek f^{-1} .