Lineární programování a kombinatorická optimalizace – 2. teoretický domácí úkol*

5. května 2020

Jméno a přezdívka: ....

Řešení můžete odevzdávat do **19. května**, nejpozději ale v 15:40. Jsou povolena i opakovaná odevzdání.

1 Komplementarita a unimodularita

Příklad 1. *Franta uhodl přípustné řešení* $\mathbf{x} = (6, 2, 0)$ *následujícího lineárního programu:* **[2]**

$$\begin{aligned} \max x_1 + 2x_2 - x_3 \\ 2x_1 + x_2 + x_3 &\leq 14 \\ 4x_1 + 2x_2 + 3x_3 &\leq 28 \\ 2x_1 + 5x_2 + 5x_3 &\leq 30 \\ x_1, x_2, x_3 &\geq 0 \end{aligned}$$

Rozhodněte za pomoci komplementarity, zda Franta uhodl optimální řešení.

Příklad 2. *Vezměme si sloupcový vektor* $\mathbf{v} \in \{0, 1\}^n$*. Řekneme, že* $\mathbf{v}$ *je* intervalový*, pokud má* $\mathbf{v}$ *hodnoty* 1 *za sebou v právě jednom souvislém intervalu (případně i nulové délky). Matice* M *je* intervalová*, pokud všechny její sloupce jsou intervalovými vektory.*

(a) Buď $A \in \mathbb{Z}^{n \times n}$ *matice taková, že pro každou její podmatici* $A' \in \mathbb{Z}^{k \times k}$ *existuje unimodulární matice* $B \in \mathbb{Z}^{k \times k}$ *taková, že* BA' *je singulární nebo unimodulární. Dokažte, že* A *je totálně unimodulární.* **[2]**

(b) Dokažte, že každá intervalová matice M *je totálně unimodulární.* **[3]**

Nápověda: může se hodit předešlá část a nějaké tvrzení z přednášky.

*Informace o cvičení naleznete na http://kam.mff.cuni.cz/~balko/