

Příklady z DM

Příklad 1: Najděte koeficient u x^2y^4z ve výrazu $(2x + y - 5z)^7$.

Příklad 2: Dokažte, že pro p prvočíslo a pro $1 \leq k < p$ přirozené číslo je $\binom{p}{k}$ dělitelné číslem p .

Příklad 3: Dokažte, že v každém jednoduchém grafu (tj. grafu bez násobných hran a bez smyček) na aspoň dvou vrcholech existují aspoň dva vrcholy stejného stupně.

Příklad 4: Dokažte, že úplný bipartitní graf $K_{m,n}$ je rovinný právě když $\min\{m, n\} \leq 2$.

Příklad 5: Dokažte, že pro barevnost libovolného grafu G platí:

$$\chi(G) \leq 1 + \max\{\deg_G(v) \mid v \in V(G)\}$$

Příklad 6: Dokažte, že je-li $K = (V, F)$ kostra grafu $G = (V, E)$, potom pro každé $e \in E \setminus F$ existuje $e' \in F$ taková, že $K' = (V, F \setminus \{e'\} \cup \{e\})$ je opět kostra grafu G .

Příklad 7: Dokažte, že je-li $K = (V, F)$ kostra grafu $G = (V, E)$, potom graf $(V, F \cup \{e\})$, kde $e \in E \setminus F$, obsahuje právě jednu kružnici.

Příklad 8: Najděte prostou funkci $f : \mathbf{N} \rightarrow \mathbf{N}$, která není na. Najděte funkci $f : \mathbf{N} \rightarrow \mathbf{N}$, která je na a není prostá.

Příklad 9: Mějme n rovin v třírozměrném prostoru, z nichž každé 3 mají právě jeden společný bod a žádné 4 nemají společný bod. Zjistěte a dokažte MI na kolik oblastí rozdělují prostor.

Příklad A: Ukažte, že graf je bipartitní právě když neobsahuje žádnou kružnici liché délky.

Příklad B: Ukažte, že každý graf, který nemá kružnice a splňuje $|E| = |V| - 1$, je strom.

Příklad C: Nechť G je rovinný graf s aspoň třemi vrcholy. Potom $|E| \leq 3|V| - 6$.