Ukázka převodu matice soustavy $\mathbf{Ax} = \mathbf{b}$ na odstupňovaný tvar Gaussovou eliminací

$$
(\mathbf{A}|\mathbf{b}) = \left(\begin{array}{ccccc|c} 1 & 4 & 3 & 2 & 1 & 1 \\ 2 & 8 & 4 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 3 & 6 & 9 & 5 \\ 2 & 8 & 7 & 6 & 3 & 3 \end{array}\right) \sim \left(\begin{array}{ccccc|c} 1 & 4 & 3 & 2 & 1 & 1 \\ 2 & 8 & 4 & 0 & 0 & 0 \\ 2 & 8 & 7 & 6 & 3 & 3 \\ 0 & 0 & 3 & 6 & 9 & 5 \end{array}\right) \sim \left(\begin{array}{ccccc|c} 1 & 4 & 3 & 2 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & -2 & -4 & -2 & -2 \\ 2 & 8 & 7 & 6 & 3 & 3 \\ 0 & 0 & 3 & 6 & 9 & 5 \end{array}\right) \sim
$$

$$
\sim \left(\begin{array}{ccccc|c} 1 & 4 & 3 & 2 & 1 & 1 \\ 2 & 8 & 7 & 6 & 3 & 3 \\ 0 & 0 & -2 & -4 & -2 & -2 \\ 0 & 0 & 3 & 6 & 9 & 5 \end{array}\right) \sim \left(\begin{array}{ccccc|c} 1 & 4 & 3 & 2 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 2 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & -2 & -4 & -2 & -2 \\ 0 & 0 & 3 & 6 & 9 & 5 \end{array}\right) \sim
$$

$$
\sim \left(\begin{array}{ccccc|c} 1 & 4 & 3 & 2 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 2 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 3 & 6 & 9 & 5 \end{array}\right) \sim \left(\begin{array}{ccccc|c} 1 & 4 & 3 & 2 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 2 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 3 & 6 & 9 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}\right) \sim \left(\begin{array}{ccccc|c} 1 & 4 & 3 & 2 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 2 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 6 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}\right)
$$

$$
\begin{array}{cc}
 & \begin{array}{ccccc|c} x_1 & x_2 & x_3 & x_4 & x_5 & \end{array} \\
(\mathbf{A}|\mathbf{b}) \sim & \left(\begin{array}{ccccc|c} \mathbf{1} & 4 & 3 & 2 & 1 & 1 \\ & & \mathbf{1} & 2 & 1 & 1 \\ & & & & \mathbf{6} & 2 \\ & & & & & \end{array}\right)
\end{array}
$$

x_1, x_3 a x_5 jsou **bázové** proměnné a x_2 a x_4 jsou **volné** proměnné.

Pro konkrétní hodnoty volných proměnných, např. $x_2 = -1, x_4 = \frac{1}{3}$ dostaneme zpětnou substitucí již jednoznačné řešení soustavy $\mathbf{Ax} = \mathbf{b}$:

$$\mathbf{x} = \left(4, -1, 0, \frac{1}{3}, \frac{1}{3}\right)^T$$

Zkouška:

$$
\begin{array}{rcl}
x_1 + 4x_2 + 3x_3 + 2x_4 + x_5 & = & 4 - 4 \cdot 1 + 3 \cdot 0 + 2 \cdot \frac{1}{3} + \frac{1}{3} = 1 \\
2x_1 + 8x_2 + 4x_3 & = & 2 \cdot 4 - 8 \cdot 1 + 4 \cdot 0 = 0 \\
3x_3 + 6x_4 + 9x_5 & = & 3 \cdot 0 + 6 \cdot \frac{1}{3} + 9 \cdot \frac{1}{3} = 5 \\
2x_1 + 8x_2 + 7x_3 + 6x_4 + 3x_5 & = & 2 \cdot 4 - 8 \cdot 1 + 7 \cdot 0 + 6 \cdot \frac{1}{3} + 3 \cdot \frac{1}{3} = 3
\end{array}
$$