

Kombinatorické etudy 4 – ZS 2012/2013

Prosím ozvěte se, kdo plánujete tento týden přijít. Většina pravidelných účastníků bude mimo Prahu, mohli bychom případně jednou vynechat.

1. (1.31) Kolik je k -tic z $1, \dots, n$, které neobsahují dvě po sobě jdoucí čísla?
2. (4.8) Kolik je stromů s n vrcholy a $n - \ell$ listy?
3. (7.3) Bud' G bipartitní graf s partitami A, B a M párování v G . Označme A_1, B_1 množiny těch vrcholů z A, B , které nesousedí s hranou z M . Vytvořme maximální les $F \subseteq G$, který splňuje
 - každý vrchol $x \in V(F) \cap B$ sousedí s dvěma hranami z F , jedna z nichž je i v M ;
 - každá komponenta F obsahuje vrchol z A_1 .

Dokažte, že M je maximální párování právě když žádný vrchol z B_1 nesousedí s vrcholem z F .

Odvoďte z toho Königovu větu (z minulé série: $\nu(G) = \tau(G)$). Odvoďte z toho algoritmus na nalezení maximálního párování v bipartitních grafech.

4. (8.9) Hrajeme hru z minulého týdne na neorientovaném grafu. Ukažte, že první hráč má vyhrávající strategii právě tehdy, když graf nemá perfektní párování.
5. (13.35) (zůstalo z minula)
Popište všechny hypergrafy, ve kterých každé dvě hrany mají přesně jeden společný bod, a které nejsou 2-obarvitelné.

Nápověda na: <http://kam.mff.cuni.cz/~samal/vyuka/ke/>