

Kombinatorické etudy 3 – ZS 2012/2013

Nápovědy

1. První část je snadná, druhou převed'te na předchozí problém.
2. Zkontrahujte každý strom T_i do jednoho vrcholu v_i . Dále využijte následujícího: označíme

$$p_n(x_1, \dots, x_n) = \sum_T \prod_i x_i^{\deg_T(v_i)-1},$$

kde sčítání probíhá přes všechny stromy T s danou množinou vrcholů. Pak $p_n(x_1, \dots, x_n) = (x_1 + \dots + x_n)^{n-2}$.

3. Lze využít Hallovu větu, Mengerovu větu, toky v sítích, atd. Pro přímý důkaz vezměme G' , minimální podgraf G pro který $\tau(G') = \tau(G)$ a ukažte, že G' sestává z nezávislých hran.
4. 1. Všimněte si, že to, jestli hráč vyhraje, záleží jenom na jeho aktuálním tahu, ne na předchozím průběhu partie. Co platí pro množinu vítězných vrcholů?
2. Zdroj se použije ve hře jen tehdy, když na něj první hráč zahraje v prvním tahu. 3. Když hráči opustí jednu komponentu, už se do ní nevrátí.
5. Předpokládejte, že H nemá 1-vrcholové hrany ani izolované vrcholy. Ukažte, že 1. každý vrchol H má stupeň alespoň 2, 2. vrchol stupně alespoň 4 patří jen do 2-vrcholových hran, 3. každé dva vrcholy patří do nějaké hrany.