Kombinatorické etudy 11 – ZS 2012/2013

1. (1.41) Kolika způsoby lze rozdělit pravidelný n-úhelník na trojúhelníky pomocí $n-3$ úhlopříček tak, aby každý trojúhelník obsahoval hranu toho n-úhelníka.

2. (4.18) Budeme zkoumat stromy s n vrcholy, z nichž jeden je význačný (kořen). Označme W_n počet neisomorfních takových stromů. Dokažte, že pro $n \geq 6$ platí $2^n < W_n < 4^n$.

3. (7.8) Dokažte, že bipartitní graf G je elementární (viz minulý týden), právě když ho lze napsat ve tvaru $G = G_0 \cup P_1 \cup \cdots \cup P_k$, kde $G_0 \simeq K_2$ a pro každé i je P_i cesta liché délky, která má s $G_0 \cup P_1 \cup \cdots \cup P_{i-1}$ společné jen své konce, a tyto konce jsou v opačných partitách.

4. (8.15) (a) Najděte nekonečně mnoho r-regulárních α-kritických grafů ($r \geq 2$). (b) Pro které Platónské těleso (čtyřstěn, krychle, ...), je jeho graf α-kritický?

5. (13.40) Cyklus $(v_1, E_1, \ldots, v_k, E_k)$ v hypergrafu je *vyvážený*, pokud buď $k = 2$, nebo platí $v_i \in E_j$ i v případě, kdy 'nemusí', tj. $j \neq i, i+1$ (modulo k).

Hypergraf je vyvážený, pokud každý jeho lichý cyklus je vyvážený.

Dokažte, že pokud každá hrana vyváženého hypergrafu má alespoň 2 vrcholy, tak je hypergraf 2-obarvitelný.

Nápověda na: `http://kam.mff.cuni.cz/~samal/vyuka/ke/`