

## Kombinatorické etudy 1 – ZS 2012/2013

**1.** (1.35) Postupně budeme vytvářet posloupnost rozkladů  $n$ -prvkové množiny  $S$ . Začneme s triviálním rozkladem na jednu množinu –  $S$ . Máme-li už  $i$ -tý rozklad, tak  $(i + 1)$ -ní z něj zkonstruujeme tak, že jednu z jeho množin rozdělíme na dvě. (Vybíráme si samozřejmě jen množinu, která má více než jeden prvek.) Po  $n - 1$  krocích tedy získáme druhý triviální rozklad, tentokrát na jednobodové množiny.

Kolika způsoby je toto možné provést?

**2.** (4.14) Označme  $E(n, k)$  počet lesů s vrcholy  $1, 2, \dots, n$  takových, které mají  $k$  komponent a vrcholy  $1, 2, \dots, k$  patří do různých komponent. Spočtete  $E(n, k)$ .

**3.** (7.1) Buď  $G$  graf bez izolovaných vrcholů. Pak  $\nu(G) + \rho(G) = |V(G)|$ . (Zde  $\nu(G)$  je velikost největšího párování,  $\rho(G)$  je minimální počet hran, které pokrývají všechny vrcholy.)

**4.** (8.6) V každém turnaji (orientaci úplného grafu) existuje vrchol, z něhož lze do všech ostatních vrcholů dojít cestou délky nejvýše dva.

**5.** (13.33) Pokud žádné dvě hrany hypegrafu  $H$  nemají právě jeden společný bod, tak je  $H$  2-obarvitelný. (Jeho vrcholy lze obarvit dvěma barvami tak, že žádná hrana není jednobarevná.)

Nápověda na: <http://kam.mff.cuni.cz/~samal/vyuka/ke/>