

Kombinatorické etudy 7 – LS 2012/2013

1. (1.16) Počet rozkladů čísla n na součet nejvýše r členů je stejný, jako počet rozkladů na libovolný počet sčítanců, z nichž každý je nejvýše roven r . (Pořadí sčítanců ignorujeme, tj. rozklady $3+1$ a $1+3$ jsou stejné.)
2. (3.18) V soutěži ve skoku dalekém opět skáče n skokanů v náhodném pořadí (a žádní dva neskočí stejně). Sázková kancelář přijímá pouze jeden druh sázek: po provedeném skoku si lze vsadit na to, že závodník co právě skočil bude celkový vítěz. Protože jsme přišli pozdě, můžeme sázet až po k -tém skoku. Jaká je pravděpodobnost výhry? (Máme jenom jeden tip.)
3. (5.26) Pokud rovinný graf má všechny stupně sudé, je možné jeho stěny obarvit dvěma barvami tak, že stěny se společnou hranou mají odlišnou barvu.
4. (6.7) (a) Buďte T_1, T_2 kostry souvislého grafu G . Dokažte, že je možné převést T_1 na T_2 pomocí posloupnosti operací “odeber hranu a jinou hranu přidej”, přičemž po každé takové operaci nám vznikne také kostra.
(b) Nechť G je 2-souvislý. Potom stačí použít operaci “utrhní list a připoj ho jinam”.
5. (11.19)
 - (a) Souvislý graf s maximálním vlastním číslem λ_1 je bipartitní právě tehdy, když $-\lambda_1$ je také vlastní číslo.
 - (b) Graf je bipartitní právě tehdy, když jeho spektrum (tj. multimnožina vlastních čísel) je symetrické.
6. (7.23 – zbývá z minula)
Buď M_0 libovolné párování v grafu G . Ukažte, že G má největší párování (tj. párování největší velikosti), které pokrývá všechny vrcholy M_0 .

Nápověda na: <http://kam.mff.cuni.cz/~samal/vyuka/ke/>