

6. cvičení z MA3 – 8.11.2011

1. Jak zobrazuje komplexní rovinu zobrazení $z \mapsto 1/z$? Ukažte, že obrazem kružnice $R + Se^{it}$ je ve většině případů zase kružnice (kdy ne?).

2. Buď $f : \Omega \rightarrow \mathbb{C}$ holomorfní funkce. (Tj. $f'(z)$ existuje pro každé $z \in \Omega$, předpokládáme, že Ω je otevřená množina.) Necht' dále (a) f nabývá jen reálných hodnot, nebo (b) \bar{f} je také holomorfní.

Ukažte, že f je na Ω konstantní.

3. Načrtněte obrazy následujících křivek a vypočtěte jejich délku.

(a) $\varphi(t) = t + it^2, t \in [0, 10]$

(b) $\varphi(t) = Re^{it}, t \in [0, 2\pi]$

(c) $\varphi(t) = i \cos t, t \in [0, 2\pi]$

(d) $\varphi(t) = t(\cos t + i \sin t), t \in [0, 10\pi]$