

4. zkoušková písemka MA – 15.2.2011

Na každý papír napište: číslo příkladu, jméno a paralelku: X (Šámal) nebo Y (Stará).

1. (10 bodů) Spočtěte následující limitu.

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{\cos \frac{3}{n}}{\cos \frac{5}{n}} \right)^{n^2}$$

2. (10 bodů) Rozhodněte, zda následující řada konverguje (pro $\alpha = 0$), a pro která α konverguje absolutně.

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \left(\cos \frac{1}{\sqrt{n+11}} - 1 \right) n^\alpha$$

3. (10 bodů) Určete definiční obor následující funkce, rozhodněte, ve kterých bodech má funkce derivaci (příp. jednostranné derivace), a spočtěte ji (je).

$$f(x) = \sqrt{e^{2x} - e^2}$$

4. (20 bodů) Vyšetřete průběh následující funkce (tj. najděte definiční obor, obor spojitosti, extrémy, inflexní body, asymptoty, vyšetřete monotonii a konvexitu / konkávnost, chování v krajních bodech definičního oboru, periodicitu a sudost/lichost, nakreslete graf).

$$|x|^{2/3} e^{-x}$$

Podrobně zdůvodněte všechny výpočty.

Na vypracování máte 120 minut.

Při práci nejsou povoleny žádné kalkulačky, počítač, mobily, ... (Mobilům prosím předem vypněte zvonění.)

Pokud by se ve výsledku vyskytovaly výrazy, které se bez kalkulačky špatně počítají, nevyčísľujte je (137 · 173 je stejně dobrá, než 23701).

Můžete využívat jeden tahák o formátu A4.