

Na každý papír napište: číslo příkladu, jméno a paralelku: X (Šámal) nebo Y (Stará).

Příklad 1

Spočtěte následující limitu

$$\lim_{x \rightarrow 0} (1 + x^2)^{\frac{1}{1 - \cos x}}. \quad (10 \text{ bodů})$$

Příklad 2 Rozhodněte, pro která $\alpha \in \mathbb{R}$ následující řada konverguje absolutně. Zjistěte, zda pro $\alpha = 0$ řada konverguje.

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{\sin(\sqrt{n+1} - \sqrt{n-1})}{n^\alpha} \quad (10 \text{ bodů})$$

Příklad 3

Určete definiční obor následující funkce, rozhodněte, ve kterých bodech má funkce derivaci (příp. jednostranné derivace), a spočtěte ji (je).

$$f(x) = \begin{cases} e^{\frac{x^3-1}{x}} & \text{pokud } x \neq 0 \\ 0 & \text{pokud } x = 0. \end{cases} \quad (10 \text{ bodů})$$

Příklad 4

Vyšetřete průběh následující funkce (tj. najděte definiční obor, obor spojitosti, extrémy, inflexní body, asymptoty, vyšetřete monotonii a konvexitu / konkávnost, chování v krajních bodech definičního oboru, periodicitu a sudost/lichost, nakreslete graf).

$$|x - 2| e^{1/x} \quad (20 \text{ bodů})$$

Podrobně zdůvodněte všechny výpočty.

Na vypracování máte 120 minut.

Při práci nejsou povoleny žádné kalkulačky, počítač, mobily, ... (Mobilům prosím předem vypněte zvonění.)

Pokud by se ve výsledku vyskytovaly výrazy, které se bez kalkulačky špatně počítají, nevyčíslujte je (137 · 173 je stejně dobrá, ne-li lepší odpověď, než 23701).

Můžete využívat jeden tahák o formátu A4.