Anotace

- Teorie her,
- Jak lze využít získané poznatky.

Hry s ohodnocením

byly minule

Definition

Hra s ohodnocením je taková hra, kdy cílové stavy jsou ohodnoceny číslem. Jeden hráč se pokouší výsledek maximalizovat, druhý minimalizovat.

Definition

Hra s nulovým součtem je taková hra, ve které zisk jednoho hráče je roven ztrátě druhého hráče.

Některé hry

- **Výlet s přítelkyní do New Yorku:** Chceme navštívit co nejvíce hostinců a technických pamětihodností, přítelkyně chce vidět co nejvíce muzeí a kadeřnictví. Dohodnete se tudíž, že se budete střídat v rozhodování kam jít na jednotlivých křižovatkách.

Některé hry

- **Výlet s přítelkyní do New Yorku:** Chceme navštívit co nejvíce hostinců a technických pamětihodností, přítelkyně chce vidět co nejvíce muzeí a kadeřnictví. Dohodnete se tudíž, že se budete střídat v rozhodování kam jít na jednotlivých křižovatkách.
- **Traverzování po matici:** První hráč mění sloupce, druhý hráč mění sloupce. Začínáme v prvním řádku, první hráč vybere sloupec v prvním řádku a hodnotu na jeho pozici získává. Druhý hráč vybere řádek a získává hodnotu z vybraného řádku ve sloupci vybraném prvním hráčem. Takto se střídají (předem známou dobu).

Některé hry

- **Výlet s přítelkyní do New Yorku:** Chceme navštívit co nejvíce hostinců a technických pamětihodností, přítelkyně chce vidět co nejvíce muzeí a kadeřnictví. Dohodnete se tudíž, že se budete střídat v rozhodování kam jít na jednotlivých křižovatkách.
- **Traverzování po matici:** První hráč mění sloupce, druhý hráč mění sloupce. Začínáme v prvním řádku, první hráč vybere sloupec v prvním řádku a hodnotu na jeho pozici získává. Druhý hráč vybere řádek a získává hodnotu z vybraného řádku ve sloupci vybraném prvním hráčem. Takto se střídají (předem známou dobu).
- **Společná otázka:** Jak hrát?

Algoritmus MINIMAX

- Algoritmus lze použít pro hry s ohodnocením.

Algoritmus MINIMAX

- Algoritmus lze použít pro hry s ohodnocením.
- Postavíme strom hry.

Algoritmus MINIMAX

- Algoritmus lze použít pro hry s ohodnocením.
- Postavíme strom hry.
- Začneme od koncových vrcholů.

Algoritmus MINIMAX

- Algoritmus lze použít pro hry s ohodnocením.
- Postavíme strom hry.
- Začneme od koncových vrcholů.
- Hodnota podstromu je minimum resp. maximum z hodnot synů (podle toho, zda hraje minimalizující nebo maximalizující hráč).

Algoritmus NEGAMAX

- Varianta algoritmu MINIMAX pro hry s nulovým součtem:

$$\text{ind} \max_{i \in S} -f(i) = \text{ind} \min_{i \in S} f(i).$$

Algoritmus NEGAMAX

- Varianta algoritmu MINIMAX pro hry s nulovým součtem:

$$\text{ind} \max_{i \in S} -f(i) = \text{ind} \min_{i \in S} f(i).$$

- Jde vlastně o totéž, je ovšem jednodušší na naprogramování.

Demonstrace Negamaxu

na hře o štrudlu

- Štrůdl bereme z kraje (levého nebo pravého), chceme ho sníst co nejvíce.
- Vyzkoušíme všechny možnosti a podíváme se, co vyjde lépe.
- Předvedeno přímo na místě.

Heuristiky

- Obvykle se pokoušíme neprohledávat zbytečně všechno, pokud najdeme jednu možnost výhry, nemusíme hledat i všechny ostatní.

Heuristiky

- Obvykle se pokoušíme neprohledávat zbytečně všechno, pokud najdeme jednu možnost výhry, nemusíme hledat i všechny ostatní.
- α-β-prořezávání: Umíme-li v nějakém synu S vyhrát aspoň α a najdeme v některém následujícím synu T, že protihráč nás umí dotlačit na méně, nemá smysl vrchol T dále zkoumat.

Heuristiky

- Obvykle se pokoušíme neprohledávat zbytečně všechno, pokud najdeme jednu možnost výhry, nemusíme hledat i všechny ostatní.
- α-β-prořezávání: Umíme-li v nějakém synu S vyhrát aspoň α a najdeme v některém následujícím synu T, že protihráč nás umí dotlačit na méně, nemá smysl vrchol T dále zkoumat.
- Pro opačný případ se používá β: Pokud nás nepřítel umí zatlačit na nejvýš β a v jiném synu mu utečeme přes, nemá smysl ten druhý syn zkoumat dále.

Reálné hry

Šachy, dáma, halma, mlýn...

- Můžeme postavit strom hry, ten je ale příliš velký.

Reálné hry

Šachy, dáma, halma, mlýn...

- Můžeme postavit strom hry, ten je ale příliš velký.
- Nasadíme proto všelijaké heuristiky. Ty dosavadní ale stejně daleko nevedou.

Reálné hry

Šachy, dáma, halma, mlýn...

- Můžeme postavit strom hry, ten je ale příliš velký.
- Nasadíme proto všelijaké heuristiky. Ty dosavadní ale stejně daleko nevedou.
- Statická ohodnocovací funkce: Funkce, která se pokouší odhadnout, zda je pozice perspektivní (dobrá) nebo ne.

Reálné hry

Šachy, dáma, halma, mlýn...

- Můžeme postavit strom hry, ten je ale příliš velký.
- Nasadíme proto všelijaké heuristiky. Ty dosavadní ale stejně daleko nevedou.
- Statická ohodnocovací funkce: Funkce, která se pokouší odhadnout, zda je pozice perspektivní (dobrá) nebo ne.
- Prohledáváme strom hry jen po nějakou dobu (do nějaké hloubky). Na nalezené (neterminální) pozice nasadíme statickou ohodnocovací funkci.

Reálné hry

Šachy, dáma, halma, mlýn...

- Můžeme postavit strom hry, ten je ale příliš velký.
- Nasadíme proto všelijaké heuristiky. Ty dosavadní ale stejně daleko nevedou.
- Statická ohodnocovací funkce: Funkce, která se pokouší odhadnout, zda je pozice perspektivní (dobrá) nebo ne.
- Prohledáváme strom hry jen po nějakou dobu (do nějaké hloubky). Na nalezené (neterminální) pozice nasadíme statickou ohodnocovací funkci.
- U šachů například můžeme počítat materiální převahu a body za ohrožené figurky (Colossus na Atari kolem roku 1985).

Horizont, statická ohodnocovací funkce

- Horizont stanoví, do jaké hloubky graf hry (zpravidla realizovaný stromem) prohledáváme.

Horizont, statická ohodnocovací funkce

- Horizont stanoví, do jaké hloubky graf hry (zpravidla realizovaný stromem) prohledáváme.
- Statická ohodnocovací funkce nastoupí, pokud se dostaneme na horizont.

Horizont, statická ohodnocovací funkce

- Horizont stanoví, do jaké hloubky graf hry (zpravidla realizovaný stromem) prohledáváme.
- Statická ohodnocovací funkce nastoupí, pokud se dostaneme na horizont.
- Dalšího zrychlení lze (zkusit) dosáhnout tak, že napřed prohledáváme perspektivní vrcholy (kde statická ohodnocovací funkce dává lepší výsledky).

Horizont, statická ohodnocovací funkce

- Horizont stanoví, do jaké hloubky graf hry (zpravidla realizovaný stromem) prohledáváme.
- Statická ohodnocovací funkce nastoupí, pokud se dostaneme na horizont.
- Dalšího zrychlení lze (zkusit) dosáhnout tak, že napřed prohledáváme perspektivní vrcholy (kde statická ohodnocovací funkce dává lepší výsledky).
- Jde ovšem jen o heuristiku, která někdy funguje, jindy se dostane do problémů!

Komentář k reálným hrám

- Typicky stavíme strom hry. Graf stavíme až v závěrečné fázi hry, do té doby budujeme strom (a ignorujeme možnost, že některé stavy se už vyskytly).

Komentář k reálným hrám

- Typicky stavíme strom hry. Graf stavíme až v závěrečné fázi hry, do té doby budujeme strom (a ignorujeme možnost, že některé stavy se už vyskytly).
- Heuristické algoritmy lze pojmout dvěma způsoby:

Komentář k reálným hrám

- Typicky stavíme strom hry. Graf stavíme až v závěrečné fázi hry, do té doby budujeme strom (a ignorujeme možnost, že některé stavy se už vyskytly).
- Heuristické algoritmy lze pojmout dvěma způsoby:
- Metoda, která se pokouší najít optimum co nejrychleji,

Komentář k reálným hrám

- Typicky stavíme strom hry. Graf stavíme až v závěrečné fázi hry, do té doby budujeme strom (a ignorujeme možnost, že některé stavy se už vyskytly).
- Heuristické algoritmy lze pojmout dvěma způsoby:
- Metoda, která se pokouší najít optimum co nejrychleji,
- metoda, jak najít aspoň nějaké (suboptimální) řešení.

Komentář k reálným hrám

- Typicky stavíme strom hry. Graf stavíme až v závěrečné fázi hry, do té doby budujeme strom (a ignorujeme možnost, že některé stavy se už vyskytly).
- Heuristické algoritmy lze pojmout dvěma způsoby:
- Metoda, která se pokouší najít optimum co nejrychleji,
- metoda, jak najít aspoň nějaké (suboptimální) řešení.
- Zatím bylo to první. Jak použít heuristiku k nalezení suboptimálního řešení?

$\alpha - \beta$ prořezávání jako heuristika

- Jsou dva možné způsoby:

$\alpha - \beta$ prořezávání jako heuristika

- Jsou dva možné způsoby:
- Metoda okénka: Stanovíme krajní hodnoty α a β a výsledky ležící mimo tento interval ořežeme.

$\alpha - \beta$ prořezávání jako heuristika

- Jsou dva možné způsoby:
- Metoda okénka: Stanovíme krajní hodnoty α a β a výsledky ležící mimo tento interval ořežeme.
- Kaskádní varianta – strom rozšiřujeme po hladinách (protože pokud bychom ho stavěli prohledáváním do hloubky, prozkoumáme typicky nezajímavé větve a zajímavé tahy nám uniknou).

Minimaxové věty

- Vraťme se k maticovým hrám (stylu Al-Capone a Babinský na sebe udávají).

Minimaxové věty

- Vraťme se k maticovým hrám (stylu Al-Capone a Babinský na sebe udávají).
- Má smysl uvažovat nejen o deterministické variantě (tzv. čistá strategie – obzvlášť pokud hráči táhnou nezávisle, tedy na sebe nevidí), ale má smysl definovat pravděpodobnostní distribuci (a podle té hrát). Tomu říkáme mixovaná strategie.

Minimaxové věty

- Vraťme se k maticovým hrám (stylu Al-Capone a Babinský na sebe udávají).
- Má smysl uvažovat nejen o deterministické variantě (tzv. čistá strategie – obzvlášť pokud hráči táhnou nezávisle, tedy na sebe nevidí), ale má smysl definovat pravděpodobnostní distribuci (a podle té hrát). Tomu říkáme mixovaná strategie.

Minimaxové věty

- Vraťme se k maticovým hrám (stylu Al-Capone a Babinský na sebe udávají).
- Má smysl uvažovat nejen o deterministické variantě (tzv. čistá strategie – obzvlášť pokud hráči táhnou nezávisle, tedy na sebe nevidí), ale má smysl definovat pravděpodobnostní distribuci (a podle té hrát). Tomu říkáme mixovaná strategie.

Theorem

Pro každou kombinatorickou hru s nulovým součtem s konečnými strategiemi existuje hodnota V a mixovaná strategie pro každého hráče taková, že:

Minimaxové věty

- Vraťme se k maticovým hrám (stylu Al-Capone a Babinský na sebe udávají).
- Má smysl uvažovat nejen o deterministické variantě (tzv. čistá strategie – obzvlášť pokud hráči táhnou nezávisle, tedy na sebe nevidí), ale má smysl definovat pravděpodobnostní distribuci (a podle té hrát). Tomu říkáme mixovaná strategie.

Theorem

Pro každou kombinatorickou hru s nulovým součtem s konečnými strategiemi existuje hodnota V a mixovaná strategie pro každého hráče taková, že:

- *Pokud podle své strategie hraje druhý hráč, první hráč nemůže vyhrát více než V.*

Minimaxové věty

- Vraťme se k maticovým hrám (stylu Al-Capone a Babinský na sebe udávají).
- Má smysl uvažovat nejen o deterministické variantě (tzv. čistá strategie – obzvlášť pokud hráči táhnou nezávisle, tedy na sebe nevidí), ale má smysl definovat pravděpodobnostní distribuci (a podle té hrát). Tomu říkáme mixovaná strategie.

Theorem

Pro každou kombinatorickou hru s nulovým součtem s konečnými strategiemi existuje hodnota V a mixovaná strategie pro každého hráče taková, že:

- *Pokud podle své strategie hraje druhý hráč, první hráč nemůže vyhrát více než V.*
- *Pokud podle své strategie hraje první hráč, druhý hráč nemůže vyhrát více než $-V$.*

Nash equilibrium

Definition

Nashovou rovhováhou nazveme sadu mixovaných strategií (pro každého hráče jednu) v konečných hrách aspoň dvou nespolupracujících hráčů, kde žádný z hráčů si nemůže pomoci tím, že strategii změní.

Theorem (J. Nash)

Pro každou hra n hráčů, kde každý hráč má konečně možných strategií, existují strategie určující Nashovu rovhováhu.

Programování v Raspbianu

ze kterého tu drze promítám slidy a na kterém hrajeme hru o štrůdlu

- Na Raspberry pi lze instalovat Linux (nejlépe Raspbian).
- Jak se pohybovat v UNIXu by mělo být předneseno na speciálním kurzu,
- Linuxy bývají vybavené interpretem Pythonu.
- Raspberry pi má navíc GPIO, k ovládání periferií.
- Do Pythonu je v Raspbianu vyveden balík `RPi` vybavený balíkem `GPIO`, tedy jen řekneme `import RPi.GPIO as GPIO` a máme další knihovnu (ve které jsou funkce tentokrát pro vypínání, pouštění a měření proudu).
- Předvést a okomentovat `robot_tk.py`,
- a následně další skripty (`stop.py`, `robot_manual.py`, `robot_ir.py`, `robot_sonar.py`)

Konec

Děkuji za pozornost...