Anotace

- Matplotlib,
- Teorie her.

Matplotlib

krom stranou

Je to další knihovna, ve které jsou funkce.
Vyžaduje několik dalších knihoven a slouží ke kreslení obrázků souvisejících s matematikou či statistikou (grafy,...).
Popis funkcí lze najít například v dokumentaci na matplotlib.org (/gallery/index.html).
Metody: `plot`, `title`, `xlabel`, `ylabel`, `figure`, `bar`, `barh`, `pie`, `hist`, `xlim`, `ylim`, `scatter`.
K práci se nám hodí i `NumPy`, což je (další) knihovna, ve které jsou funkce pro numerické výpočty.

Teorie her

- Kombinatorická hra je hrou dvou hráčů. Stav hry je určen pozicí nějakých předmětů. Všechny zúčastněné předměty jsou viditelné. Jde o tzv. hru s úplnou informací.

Teorie her

- Kombinatorická hra je hrou dvou hráčů. Stav hry je určen pozicí nějakých předmětů. Všechny zúčastněné předměty jsou viditelné. Jde o tzv. hru s úplnou informací.
- Příklad: Nimm, Podivná hra, Dáma, Šachy, Halma, Mlýn, Otrávená čokoláda...

Teorie her

- Kombinatorická hra je hrou dvou hráčů. Stav hry je určen pozicí nějakých předmětů. Všechny zúčastněné předměty jsou viditelné. Jde o tzv. hru s úplnou informací.
- Příklad: Nimm, Podivná hra, Dáma, Šachy, Halma, Mlýn, Otrávená čokoláda...
- Kombinatorickými hrami nejsou: Poker, Prší, Mariáš, Black Jack, závody formulí...

Teorie her

- Kombinatorická hra je hrou dvou hráčů. Stav hry je určen pozicí nějakých předmětů. Všechny zúčastněné předměty jsou viditelné. Jde o tzv. hru s úplnou informací.
- Příklad: Nimm, Podivná hra, Dáma, Šachy, Halma, Mlýn, Otrávená čokoláda...
- Kombinatorickými hrami nejsou: Poker, Prší, Mariáš, Black Jack, závody formulí...
- Zaměříme se na hrací část, ne na vstup a výstup.

Teorie her

- Kombinatorická hra je hrou dvou hráčů. Stav hry je určen pozicí nějakých předmětů. Všechny zúčastněné předměty jsou viditelné. Jde o tzv. hru s úplnou informací.
- Příklad: Nimm, Podivná hra, Dáma, Šachy, Halma, Mlýn, Otrávená čokoláda...
- Kombinatorickými hrami nejsou: Poker, Prší, Mariáš, Black Jack, závody formulí...
- Zaměříme se na hrací část, ne na vstup a výstup.
- U her předpokládáme, že hrají rozumně se chovající jedinci (s motivací vyhrát).

Teorie her

- Kombinatorická hra je hrou dvou hráčů. Stav hry je určen pozicí nějakých předmětů. Všechny zúčastněné předměty jsou viditelné. Jde o tzv. hru s úplnou informací.
- Příklad: Nimm, Podivná hra, Dáma, Šachy, Halma, Mlýn, Otrávená čokoláda...
- Kombinatorickými hrami nejsou: Poker, Prší, Mariáš, Black Jack, závody formulí...
- Zaměříme se na hrací část, ne na vstup a výstup.
- U her předpokládáme, že hrají rozumně se chovající jedinci (s motivací vyhrát).
- Nejjednodušší příklad: Hra Al-Capone a Babinský na sebe práskají.

Shannonova věta

Theorem (Shannon)

Každá kombinatorická hra má pro některého z hráčů neprohrávající strategii.

Důkaz.

Náznak: Buďto platí, že si jeden z hráčů může vynutit zacyklení hry (a tak neprohrát), nebo budeme zkoumat predikáty:
Existuje náš tah, že pro každý tah protihráče existuje náš tah, že pro každý tah protihráče... protihráč prohraje.
Pro každý náš tah existuje tah protihráče, že pro každý náš tah... my prohrajeme.
Formule jsou konečné, počty tahů jsou také konečné, jsou to vzájemně negace a lze je algoritmicky rozhodnout. □

Shannonova věta

Theorem (Shannon)

Každá kombinatorická hra má pro některého z hráčů neprohrávající strategii.

Corollary

Pokud je ve hře remíza vyloučena, jeden z hráčů má vyhrávající strategii.

Graf hry

- Ke hře (případně její instanci) definujeme orientovaný graf:
- Vrcholy: Stavy hry,
- Hrany: Možnosti přechodů mezi jednotlivými stavy.
- Příklad pro Nimm, kdy odebíráme 1 nebo 2 sirky (na tabuli).
- Každému stavu můžeme přiřadit barvu říkající, zda se odtud vyhrává nebo prohrává.

Příklad grafů her

- Na hracím plánu tvaru orientovaného grafu vyrážíme z určeného vrcholu. Taháme jedním padesátníkem.

Příklad grafů her

- Na hracím plánu tvaru orientovaného grafu vyrážíme z určeného vrcholu. Taháme jedním padesátníkem.
- Máme dojet do jednoho z cílových vrcholů. Kdo dojede, vyhraje.

Příklad grafů her

- Na hracím plánu tvaru orientovaného grafu vyrážíme z určeného vrcholu. Taháme jedním padesátníkem.
- Máme dojet do jednoho z cílových vrcholů. Kdo dojede, vyhraje.
- Graf hry máme přímo zadaný a jde jen o to, který vrchol vyhrává.

Příklad grafů her

- Na hracím plánu tvaru orientovaného grafu vyrážíme z určeného vrcholu. Taháme jedním padesátníkem.
- Máme dojet do jednoho z cílových vrcholů. Kdo dojede, vyhraje.
- Graf hry máme přímo zadaný a jde jen o to, který vrchol vyhrává.
- Podivná hra: Graf hry si zakreslíme na šachovnici. Vrcholy jsou políčka, hrany vedou tudy, kudy může figurka.

Příklad grafů her

- Na hracím plánu tvaru orientovaného grafu vyrážíme z určeného vrcholu. Taháme jedním padesátníkem.
- Máme dojet do jednoho z cílových vrcholů. Kdo dojede, vyhraje.
- Graf hry máme přímo zadaný a jde jen o to, který vrchol vyhrává.
- Podivná hra: Graf hry si zakreslíme na šachovnici. Vrcholy jsou políčka, hrany vedou tudy, kudy může figurka.
- Stačí říct, ze kterého vrcholu se vyhrává, prohrává, nebo zda existuje cyklus, po kterém mají oba hráči zájem bloudit (resp. zda si někdo z hráčů může bloudění po této kružnici vynutit).

AND-OR stromy

- Máme-li graf konečné hry, můžeme z něj postavit strom odpovídající hře.

AND-OR stromy

- Máme-li graf konečné hry, můžeme z něj postavit strom odpovídající hře.
- V tomto stromě nás zajímá, zda existuje větev, po které pokud pojedeme, tak vyhrajeme.

AND-OR stromy

- Máme-li graf konečné hry, můžeme z něj postavit strom odpovídající hře.
- V tomto stromě nás zajímá, zda existuje větev, po které pokud pojedeme, tak vyhrajeme.
- Tato větev se pozná tak, že ve všech synech jejího koncového vrcholu existuje vyhrávající cesta, tedy ...

AND-OR stromy

- Máme-li graf konečné hry, můžeme z něj postavit strom odpovídající hře.
- V tomto stromě nás zajímá, zda existuje větev, po které pokud pojedeme, tak vyhrajeme.
- Tato větev se pozná tak, že ve všech synech jejího koncového vrcholu existuje vyhrávající cesta, tedy ...
- buďto vyhrajeme v prvním synu, nebo ve druhém synu, nebo ve třetím...

AND-OR stromy

- Máme-li graf konečné hry, můžeme z něj postavit strom odpovídající hře.
- V tomto stromě nás zajímá, zda existuje větev, po které pokud pojedeme, tak vyhrajeme.
- Tato větev se pozná tak, že ve všech synech jejího koncového vrcholu existuje vyhrávající cesta, tedy ...
- buďto vyhrajeme v prvním synu, nebo ve druhém synu, nebo ve třetím...
- V k-tém synu vyhrajeme, jestliže protihráč prohraje v prvním synu a současně ve druhém synu a současně ve třetím synu... tohoto stavu.

AND-OR stromy

- Máme-li graf konečné hry, můžeme z něj postavit strom odpovídající hře.
- V tomto stromě nás zajímá, zda existuje větev, po které pokud pojedeme, tak vyhrajeme.
- Tato větev se pozná tak, že ve všech synech jejího koncového vrcholu existuje vyhrávající cesta, tedy ...
- buďto vyhrajeme v prvním synu, nebo ve druhém synu, nebo ve třetím...
- V k-tém synu vyhrajeme, jestliže protihráč prohraje v prvním synu a současně ve druhém synu a současně ve třetím synu... tohoto stavu.
- Prohraje tam, jestliže my (pro dotyčný stav) umíme vyhrát buďto v prvním synu, nebo ve druhém, anebo ve třetím...

AND-OR stromy

- Máme-li graf konečné hry, můžeme z něj postavit strom odpovídající hře.
- V tomto stromě nás zajímá, zda existuje větev, po které pokud pojedeme, tak vyhrajeme.
- Tato větev se pozná tak, že ve všech synech jejího koncového vrcholu existuje vyhrávající cesta, tedy ...
- buďto vyhrajeme v prvním synu, nebo ve druhém synu, nebo ve třetím...
- V k-tém synu vyhrajeme, jestliže protihráč prohraje v prvním synu a současně ve druhém synu a současně ve třetím synu... tohoto stavu.
- Prohraje tam, jestliže my (pro dotyčný stav) umíme vyhrát buďto v prvním synu, nebo ve druhém, anebo ve třetím...
- Podmínky AND a OR se stále střídají, proto AND-OR strom.

Hry s ohodnocením

Definition

Hra s ohodnocením je taková hra, kdy cílové stavy jsou ohodnoceny číslem. Jeden hráč se pokouší výsledek maximalizovat, druhý minimalizovat.

Definition

Hra s nulovým součtem je taková hra, ve které zisk jednoho hráče je roven ztrátě druhého hráče.

Některé hry

- **Výlet s přítelkyní do New Yorku:** Chceme navštívit co nejvíce hostinců a technických pamětihodností, přítelkyně chce vidět co nejvíce muzeí a kadeřnictví. Dohodnete se tudíž, že se budete střídat v rozhodování kam jít na jednotlivých křižovatkách.

Některé hry

- **Výlet s přítelkyní do New Yorku:** Chceme navštívit co nejvíce hostinců a technických pamětihodností, přítelkyně chce vidět co nejvíce muzeí a kadeřnictví. Dohodnete se tudíž, že se budete střídat v rozhodování kam jít na jednotlivých křižovatkách.
- **Traverzování po matici:** První hráč mění sloupce, druhý hráč mění sloupce. Začínáme v prvním řádku, první hráč vybere sloupec v prvním řádku a hodnotu na jeho pozici získává. Druhý hráč vybere řádek a získává hodnotu z vybraného řádku ve sloupci vybraném prvním hráčem. Takto se střídají (předem známou dobu).

Některé hry

- **Výlet s přítelkyní do New Yorku:** Chceme navštívit co nejvíce hostinců a technických pamětihodností, přítelkyně chce vidět co nejvíce muzeí a kadeřnictví. Dohodnete se tudíž, že se budete střídat v rozhodování kam jít na jednotlivých křižovatkách.
- **Traverzování po matici:** První hráč mění sloupce, druhý hráč mění sloupce. Začínáme v prvním řádku, první hráč vybere sloupec v prvním řádku a hodnotu na jeho pozici získává. Druhý hráč vybere řádek a získává hodnotu z vybraného řádku ve sloupci vybraném prvním hráčem. Takto se střídají (předem známou dobu).
- **Společná otázka:** Jak hrát?

Algoritmus MINIMAX

- Algoritmus lze použít pro hry s ohodnocením.

Algoritmus MINIMAX

- Algoritmus lze použít pro hry s ohodnocením.
- Postavíme strom hry.

Algoritmus MINIMAX

- Algoritmus lze použít pro hry s ohodnocením.
- Postavíme strom hry.
- Začneme od koncových vrcholů.

Algoritmus MINIMAX

- Algoritmus lze použít pro hry s ohodnocením.
- Postavíme strom hry.
- Začneme od koncových vrcholů.
- Hodnota podstromu je minimum resp. maximum z hodnot synů (podle toho, zda hraje minimalizující nebo maximalizující hráč).

Algoritmus NEGAMAX

- Varianta algoritmu MINIMAX pro hry s nulovým součtem:

$$\operatorname{ind} \max_{i \in S} -f(i) = \operatorname{ind} \min_{i \in S} f(i).$$

Algoritmus NEGAMAX

- Varianta algoritmu MINIMAX pro hry s nulovým součtem:

$$\operatorname{ind} \max_{i \in S} -f(i) = \operatorname{ind} \min_{i \in S} f(i).$$

- Jde vlastně o totéž, je ovšem jednodušší na naprogramování.