14. Kvadratické formy a Sylvestrův zákon setrvačnosti

Cv. 14.1 Určete signaturu formy dané maticí

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -2 \\ 1 & 0 & 0 \\ -2 & 0 & 3 \end{pmatrix}.$$

Cv. 14.2 Kvadratická forma má (vzhledem ke kanonické bázi) vyjádření

$$g((w,x,y,z)^T) = 2w^2 + 2wx - x^2 - 2xz - z^2.$$

Určete její signaturu.

Cv. 14.3 V závislosti na parametru $a \in \mathbb{R}$ určete signaturu formy s maticí B a s maticí C

$$B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & a \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & a & 0 \\ 3 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Cv. 14.4 Rozhodnete, zda je reálná kvadratická forma

$$g((x,y,z)^T) = x^2 + 2xy + 2xz + 2y^2 + 5z^2$$

positivně definitní.

Cv. 14.5 Mějme dánu reálnou kvadratickou formu

$$g((x,y,z)^T) = x^2 + 2xy + 2xy + 2y^2 + 2ayz + 5z^2.$$

Pro které hodnoty parametru $a \in \mathbb{R}$ je tato forma positivně definitní a pro které hodnoty je negativně definitní?

Cv. 14.6 Najděte polární bázi reálné kvadratické formy $g((x,y,z)^T) = 2xz - 2xy$ a určete její signaturu.

Cv. 14.7 Najděte polární bázi kvadratické formy $g((x,y,z)^T) = 2x^2 + 3xy + xz + 4y^2 + yz$ na vektorovém prostoru $\mathbb{Z}_5^3$.