3. Ortogonální doplněk a projekce

Cv. 3.1 Pro podprostor V prostoru $\mathbb{R}^4$ určete $V^\perp, \{0\}^\perp, \{\}^\perp$.

Cv. 3.2 Najděte podprostor $U \Subset \mathbb{R}^5$ takový, že $\dim U = \dim U^\perp$.

Cv. 3.3 Určete ortogonální projekci p vektoru $a = (2, 2, 1, 5)^T$ do podprostoru generovaného ortonormálními vektory

$$Z = \left\{ (\tfrac{1}{2}, \tfrac{1}{2}, \tfrac{1}{2}, \tfrac{1}{2})^T,\ (\tfrac{1}{2}, -\tfrac{1}{2}, \tfrac{1}{2}, -\tfrac{1}{2})^T,\ (-\tfrac{1}{2}, -\tfrac{1}{2}, \tfrac{1}{2}, \tfrac{1}{2})^T \right\}.$$

Dále určete souřadnice této projekce $[p]_Z$ vzhledem k bázi Z.

Cv. 3.4 Určete vzdálenost bodu $A = [5, 5, 3, 3]$ od roviny procházející počátkem a body $B = [8, -1, 1, -2]$ a $C = [4, -2, 2, -1]$.

Cv. 3.5 V prostoru R^4 najděte ortogonální doplněk podprostoru generovaného vektory $(1, 2, 0, -1)^T$ a $(1, 3, 1, -1)^T$.

Cv. 3.6 Najděte projekci vektoru $x = (1, 2, 4, 5)^T$ do podprostoru V generovaného vektory $x_1 = (1, 0, 1, 0)^T, x_2 = (1, 1, 1, 1)^T, x_3 = (1, 0, 0, 1)^T$, a určete vzdálenost x od V při standardním skalárním součinu.