

DISKRÉTNÍ MATEMATIKA

7. série: domácí úkoly z 19. 11. 2014

Kubické grafy na 6 vrcholech. [2 body] Najděte všechny neisomorfní kubické grafy na 6 vrcholech.

(kubické = 3-regulární = všechny vrcholy jsou stupně 3)

Kolik hran? [2 body] Nechť G je graf na n vrcholech a má k komponent (skládá se z k souvislých podgrafů, mezi kterými nevede žádná hrana). Kolik nejmíň a kolik nejvíc hran může tento graf mít? Svoje tvrzení zdůvodněte.

Definice 1 (Matice sousednosti). Nechť $G = (V, E)$ je graf s n vrcholy. Označme vrcholy v_1, \dots, v_n . Matice sousednosti grafu G je čtvercová matice $A_G = (a_{ij})_{i,j=1}^n$ definovaná předpisem

$$a_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{pro } \{v_i, v_j\} \in E \\ 0 & \text{jinak} \end{cases}$$

Nuly. [2 body] Buď G graf na n vrcholech, $A = A_G$ jeho matice sousednosti, a I_n jednotková matice typu $n \times n$. Dokažte, že G je souvislý právě když $(I_n + A)^{n-1}$ nemá žádné nulové členy.