

# Kombinatorika a grafy I — Cvičení 1

1. Zjistěte, které z následujících funkcí (definovaných pro  $n \in \mathbb{N} \setminus \{1\}$ ) jsou v relaci  $\Theta()$ , a vzniklé třídy co nejlépe navzájem porovnejte pomocí relací  $o()$  a  $O()$ . Logaritmy jsou se základem 2.

$$n^3, e^n, 2^n, \binom{n}{3}, e^{\sqrt{n}}, \log^3(n), \log n, \log(n^3), 2^{2^n}, 2^{n^2}, 2^{n \log n}, n!, 1+n^3+(-1)^n \cdot n^3.$$

2. Dokažte, že  $\sum_{k=1}^n k^{2016} = \Theta(n^{2017})$ .

3. Dokažte, že  $1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{n} = \Theta(\log n)$ .

4. Pomocí jednodušších funkcí odhadněte, jak zhruba rychle roste  $\binom{n^2}{n}$ .

5. Odhadněte součet řady  $\sum_{k=1}^n \frac{1}{\sqrt{k}}$ .