

Diskrétní matematika — Cvičení 6

1. Kolik je na množině $\{1, 2, 3, 4\}$ ekvivalencí?
2. Kolika způsoby lze napsat n jako součet k celých nezáporných čísel, záleží-li na pořadí sčítanců? (Tj. např. $4 = 0 + 2 + 2$ a $4 = 2 + 0 + 2$ jsou různé způsoby pro $n = 4$ a $k = 3$).
3. Určete počet uspořádaných dvojic (A, B) , kde $A, B \subseteq [n]$, splňujících navíc
 - a) $A \cap B = \emptyset$,
 - b) $A \subseteq B$,
 - c) $|A \cap B| = 1$.
4. Dokažte následující identity kombinatorickou interpretací (případně i výpočtem):

a)
$$\binom{n}{k} = \binom{n}{n-k}$$

b)
$$\binom{n}{k} = \binom{n-1}{k} + \binom{n-1}{k-1}$$

c)
$$\sum_{k=0}^n \binom{n}{k} = 2^n$$

d)
$$\sum_{k=0}^n (-1)^k \binom{n}{k} = 0$$

e)
$$\binom{n}{m} \binom{m}{r} = \binom{n}{r} \binom{n-r}{m-r}$$

f)
$$\sum_{k=0}^r \binom{n}{k} \binom{m}{r-k} = \binom{m+n}{r}$$

g)
$$\sum_{k=r}^n \binom{k}{r} = \binom{n+1}{r+1}$$