

Diskrétní matematika — Cvičení 4–5

1. Ukažte, že zobrazení $f : X \rightarrow X$ na konečné množině X je prosté právě tehdy, když je na. Platí totéž i v případě $X = \mathbb{N}$?
2. Nechť h je zobrazení vzniklé složením dvou zobrazení prostých, na, bijekcí, či jejich kombinací. Je nutně h prosté, na, nebo bijekce?
3. Rozhodněte, zda následující relace R, S na \mathbb{R}^2 jsou ekvivalence a pokud ano, určete jejich třídy ekvivalence:
 - a) $(x_1, y_1)R(x_2, y_2) \Leftrightarrow x_1 = x_2 \vee y_1 = y_2$,
 - b) $(x_1, y_1)S(x_2, y_2) \Leftrightarrow x_1 + y_1 = x_2 + y_2$.
4. Rozhodněte, zda následující relace R, S na \mathbb{N}^2 jsou částečná uspořádání. Pokud ano, rozhodněte dále, zda jsou lineární, načrtněte jejich “Hasseův diagram” (tj. určete, které dvojice prvků jsou v relaci bezprostředního následníka), a určete jejich nejmenší, největší, minimální a maximální prvky.
 - a) $(a, b)R(c, d) \Leftrightarrow a < c \vee (a = c \wedge b \leq d)$,
 - b) $(a, b)S(c, d) \Leftrightarrow a \leq c \wedge b \geq d$.
5. Určete počet
 - a) všech,
 - b) reflexivních,
 - c) symetrických,
 - d) antisymetrickýchrelací na množině $\{1, 2, 3, 4\}$.
6. Kolik je na množině $\{1, 2, 3, 4\}$ ekvivalencí?