

1. Nalezněte vlastní čísla a vektory: $\begin{pmatrix} 2 & 6 \\ 6 & -3 \end{pmatrix}$

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -2 & 2 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 5 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 5 & 10 \\ 4 & -1 \end{pmatrix}$$

2. Nalezněte vlastní čísla a odpovídající vlastní vektory matic nad tělesem \mathbb{C} . Určete, zdali jsou tyto matice diagonalizovatelné.

$$\begin{pmatrix} 2 & -1 & 2 \\ 5 & -3 & 3 \\ -1 & 0 & -2 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 2 & -1 & -1 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & -4 \\ -1 & 0 & 4 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 3 & 2 & 0 & 1 & -2 \\ 0 & 2 & 0 & 0 & 0 \\ 2 & 0 & 1 & 0 & 3 \\ 0 & 5 & 0 & 1 & 0 \\ 4 & 8 & 0 & 7 & -3 \end{pmatrix}$$

3. Nalezněte vlastní čísla a odpovídající vlastní vektory matice nad tělesem \mathbb{Z}_5 . Určete, zdali je tato matice diagonalizovatelná.

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 2 & 3 & 3 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

4. Ve městě Pupákově jsou tři strany: Asketičtí, Bohatí a Chudí. Podrobným výzkumem se zjistilo, že 75 % z těch voličů co volilo Askety, je bude volit opět, 5 % bude volit Bohaté a 20 % Chudé. Podobně z těch co volili Bohaté zvolí 60 % opět Bohaté, 20 % Askety a 20 % Chudé. 80 % voličů Chudých je bude volit i v následujícím období, o zbylé hlasy se podělí 10 % Asketi a 10 % Bohatí.

Jak bude vypadat limitní rozložení sil v místím (řekněme stočlenném) zastupitelstvu?

5. Nechť G je souvislý d -regulární graf.

- (a) Dokažte, že G má největší vlastní číslo d .
 (b) Dokažte, že G je bipartitní právě tehdy když nejmenší vlastní číslo je rovno $-d$.