1. Určete podle Gramm-Schmidtova předpisu ortonormální bázi řádkových prostorů následujících matic:

   (a) $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 4 & 1 & 4 & 1 \\ 1 & 2 & 3 & 4 \end{pmatrix}$

   (b) $\begin{pmatrix} 0 & 3 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & 5 & 0 \\ 2 & 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$

   (c) $\begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 & 2 \\ 4 & 3 & 2 & 4 \\ 6 & -5 & 3 & 6 \\ -4 & 2 & 4 & 2 \end{pmatrix}$

2. Spočítejte vzdálenost bodu $(1, 2, 0, 1)^T$ od roviny generované vektory $(1, 1, 0, 0)^T, (2, -1, 0, 0)^T$.

3. Určete ortonormální bázi (pomocí G-S) řádkového prostoru následující matice a tu rozšiřte na ortonormální bázi $\mathbb{R}^4$. $\begin{pmatrix} 2 & 4 & 2 & 1 \\ -1 & -2 & -2 & -1 \\ 1 & 2 & 4 & 2 \\ 1 & 2 & 3 & 4 \end{pmatrix}$

4. Pomocí projekce najděte nejlepší přibližné řešení soustavy $Ax = b$, kde $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 4 & 2 & 0 \\ 2 & -4 & -1 \\ 1 & -2 & 2 \end{pmatrix}$, $b = (10, 5, 13, 9)^T$

   Všimněte si, že sloupce matice A jsou vzájemně kolmé. O kolik je vaše řešení špatně (tj. spočítejte $b - Ax$)? (Metoda nejmenších čtverců se často používá, když jsou chyby hodně malé – ale s takovými se na cvičení na papíře špatně počítá). Vyjdou stejná řešení jako řešení soustavy $A^T Ax = A^T b$?

5. Určete bázi ortogonálního doplňku řádkového prostoru matice $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 4 & 1 \end{pmatrix}$.

6. Povídání o determinantech – geometrická intuice a proč je tam znaménko permutace. Opakování definice a jak se počítají.

   Počítání determinantů matic 2×2 a vliv ekvivalentních úprav na ně. Geometrická intuice v rovině.

7. Spočítejte derminanty následujících reálných matic:

   $\begin{pmatrix} 4 & 1 & 2 \\ 0 & -1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \end{pmatrix}$

   $\begin{pmatrix} 3 & 2 & -1 \\ -1 & 1 & 2 \\ 2 & -1 & 3 \end{pmatrix}$

   $\begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$

   $\begin{pmatrix} 18 & 11 & 11 \\ 11 & 11 & 11 \\ 11 & 11 & 24 \end{pmatrix}$