1. Určete bázi ortogonálního doplňku řádkového prostoru matice $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 4 & 1 \end{pmatrix}$.

2. Pomocí projekce najděte nejlepší přibližné řešení soustavy $Ax = b$, kde $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 4 & 2 & 0 \\ 2 & -4 & -1 \\ 1 & -2 & 2 \end{pmatrix}$,

   $b = (10, 5, 13, 9)^T$

   Všimněte si, že sloupce matice A jsou vzájemně kolmé. O kolik je vaše řešení špatně (tj. spočítejte $b - Ax$)? (Metoda nejmenších čtverců se často používá, když jsou chyby hodně malé – ale s takovými se na cvičení na papíře špatně počítá). Vyjdou stejná řešení jako řešení soustavy $A^T Ax = A^T b$?

3. Povídání o determinantech – geometrická intuice a proč je tam znaménko permutace. Opakování definice a jak se počítají.

   Počítání determinantů matic 2×2 a vliv ekvivalentních úprav na ně. Geometrická intuice v rovině.

   $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -1 & 1 & 2 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}$

   $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$

   $\begin{pmatrix} -1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & -1 \end{pmatrix}$

   $\begin{pmatrix} -1 & -2 & 3 & -1 \\ 2 & 4 & -3 & 1 \\ 1 & 2 & -2 & -1 \\ -2 & -1 & 1 & -2 \end{pmatrix}$

   $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 1 & 0 & 3 \\ 3 & 0 & 1 & 2 \\ 4 & 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}$

4. Může být součet ortonormálních matic ortonormální matice? Jaký je determinant ortonormální matice?

5. Pomocí adjungované matice najděte matici inverzní (pokud existuje) k následujícím maticím nad tělesem reálných čísel i nad tělesem $\mathbb{Z}_5$ $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ -2 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 1 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 4 \\ 2 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

6. Spočítejte derminanty následujících matic nad $\mathbb{Z}_7$:

   $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} -1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & -1 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} -1 & -2 & 3 & -1 \\ 2 & 4 & -3 & 1 \\ 1 & 2 & -2 & -1 \\ -2 & -1 & 1 & -2 \end{pmatrix}$

(5 bodů) Naprogramujte fitování polynomem stupně dva pomocí metody nejmenších čtverců na data z odkazu

`https://drive.google.com/open?id=19p-lmqeS07-EKXbqNNWjWVyKu_JizmRGh9PstdJQQcY`

Přesněji řečeno pomocí metody nejmenších čtverců najděte parametry α, β, γ takové, že $\mathrm{VAHA} = \alpha\mathrm{VYSKA}^2 + \beta\mathrm{VYSKA} + \gamma$.

Pošlete mi jednak zdrojový kód a druhak výsledek (i se vstupními daty, na kterých běží). Pokud je to jen trochu možné, připojte návod, jak kompilovat pro linux (ano, umím kompilovat, ale existují zábavnější činnosti, než zjišťovat, jak kompilovat cizí kód). Stačí například: `clang++ -std=c++14 -Wall lsm.cpp -o lsm.out` nebo pouštím pomocí python3, v IDE jménem kliknu na běžet... Případně připojte jak kompilovat pro windows.

Upozorňuji, že dokument lze stáhnout v textové podobě. Volte jazyky, kde budete sami programovat operace s maticemi. Vhodné jsou například C, C++, Pascal, Java, C#, Python, Haskell... (vše bez knihoven). Naopak nevhodné jsou Sage, Octave, Mathematica, R...