

1. Dokažte z definice, že ve vektorovém prostoru platí $(-1)\vec{v} = \overrightarrow{-v}$.
2. Vyberte z následující množiny lineárně nezávislé vektory

$$M = \{(1, 2, 0, 0)^T, (2, 1, 1, 3)^T, (0, 1, 0, 1)^T, (3, 0, 1, 2)^T\}$$

v prostoru $V = \mathbb{R}^4$ (tj. $M \subseteq \mathbb{R}$).

3. Doplňte množinu na bázi vektorového prostoru:

(a) $M = \left\{ \begin{pmatrix} 0 & 3 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 2 & 0 \end{pmatrix} \right\}$ v prostoru $V = \mathbb{R}^{2 \times 2}$.

(b) $M = \{-x^2, x + x^2, x^3 - 1\}$ v prostoru reálných polynomů stupně nejvýš tři.

(c) $M = \{(1, 2, 0, 0)^T, (2, 1, 1, 3)^T, (0, 1, 0, 1)^T\}$ v prostoru $V = \mathbb{R}^4$.

4. Jak určíte souřadnice vůči bázi? Určete souřadnice $[f]_X$ vektoru $f(x) = x^4 - 1$ vůči bázi $X = \{x^4 + x^3, x^3 + x^2, x^2 + x, x + 1, x^4 + 1\}$ reálných polynomů stupně nejvýš čtyři.
5. Vyzkoušejte, zda řádkový a sloupcový prostor mají stejnou dimenzi. Jak s tím souvisí dimenze kernelu?
$$\begin{pmatrix} 3 & 1 & 4 & 1 \\ 5 & 9 & 2 & 6 \\ 5 & 3 & 5 & 8 \end{pmatrix}$$
6. Mějme dvě báze prostoru \mathbb{Z}_5^4 : $A = \{(1, 2, 0, 1)^T, (4, 1, 3, 1)^T, (3, 1, 3, 4)^T, (2, 0, 2, 2)^T\}$ a $B = \{(1, 2, 3, 1)^T, (4, 4, 1, 1)^T, (2, 0, 2, 1)^T, (3, 1, 4, 0)^T\}$. Jak souřadnice vektoru v jedné bázi převedeme na souřadnice toho samého vektoru v jiné bázi?