

1. Rozložte následující matici na součin RJR^{-1} , kde matice R je regulární a matice J je v Jordanově normálním tvaru.

$$\begin{pmatrix} -11 & 30 \\ -10 & 24 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 0 & 2 & -2 \\ 1 & -1 & 5 \\ 2 & -4 & 8 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ -4 & 1 & 3 \\ -4 & 0 & 4 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 4 & -2 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 6 & -5 & 1 \end{pmatrix}$$

2. Následující matici převed'te do Jordanova normálního tvaru a určete vlastní, popř. zobecněné vlastní vektory.

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 3 \end{pmatrix}$$

3. Vymysleme společně, jak rozložit matici A na součin $A = U^T U$, kde U je horní trojúhelníková matice (čtvercová). Vyzkoušejte na příkladech:

$$\begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 4 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 4 & -2 & 4 \\ -2 & 10 & 1 \\ 4 & 1 & 6 \end{pmatrix}$$

Musí to vždy jít? Musí takové matice být pozitivně definitní, to jest $x^T Ax > 0$ pro všechny nenulové vektory x ?

Následující matice převed'te do Jordanova normálního tvaru nad tělesem \mathbb{R} .

$$(2 \text{ body}) \begin{pmatrix} -3 & 1 & 1 \\ -16 & 5 & 4 \\ -6 & 1 & 4 \end{pmatrix}$$

$$(2 \text{ body}) \begin{pmatrix} 2 & 2 & 3 \\ 1 & 3 & 3 \\ -1 & -2 & -2 \end{pmatrix}$$

$$(2 \text{ body}) \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 0 & 2 & 0 \\ 1 & -2 & 3 \end{pmatrix}$$