1. Jak určíte souřadnice vůči bázi? Určete souřadnice $[f]_X$ vektoru $f(x) = x^4 - 1$ vůči bázi $X = \{x^4 + x^3, x^3 + x^2, x^2 + x, x + 1, x^4 + 1\}$ reálných polynomů stupně nejvýš čtyři.

2. Vyzkoušejte, zda řádkový a sloupcový prostor mají stejnou dimenzi. Jak s tím souvisí dimenze kernelu? $\begin{pmatrix} 3 & 1 & 4 & 1 \\ 5 & 9 & 2 & 6 \\ 5 & 3 & 5 & 8 \end{pmatrix}$

3. Mějme dvě báze prostoru $\mathbb{Z}_5^4$: $A = \{(1,2,0,1)^T, (4,1,3,1)^T, (3,1,3,4)^T, (2,0,2,2)^T\}$ a $B = \{(1,2,3,1)^T, (4,4,1,1)^T, (2,0,2,1)^T, (3,1,4,0)^T\}$. Jak souřadnice vektoru v jedné bázi převedeme na souřadnice toho samého vektoru v jiné bázi?

4. Dokažte, že lineární zobrazení je plně určeno tím, kam zobrazíme bázové vektory. Tedy pokud máme zadáno $f(b_i) = b_i'$ pro $b_1, \ldots, b_n$ bázi, pak $f(v) = f(\sum_{i=1}^n a_i b_i) = \sum_{i=1}^n a_i f(b_i) = \sum_{i=1}^n a_i b_i'$.

5. Jakému lineárnímu zobrazení odpovídá zobrazení $x \mapsto Ax$?

6. Jak souvisí lineární zobrazení se souřadnicemi a převody mezi bázemi...?

7. Pracujeme nad $\mathbb{Z}_5^4$. Pro báze A, B dané sloupci matic $A = \begin{pmatrix} 1 & 4 & 3 & 2 \\ 2 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 3 & 3 & 2 \\ 1 & 1 & 4 & 2 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & 4 & 2 & 3 \\ 2 & 4 & 0 & 1 \\ 3 & 1 & 2 & 4 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$

   (a) Určete matici přechodu od souřadnic báze A ke kanonické bázi.

   (b) Určete matici přechodu od souřadnic kanonické báze k souřadnicím báze B.

   (c) Určete matici přechodu od souřadnic báze A k souřadnicím báze B.