

1. *Nejčastější podслоvo*: Chceme hledat nejčastěji se vyskytující podřetězec délky k .
2. *Nesouvislé grafy*: Jak zobecnit definici kostry pro nesouvislé grafy?
3. *Unikátnost vah*: Proč můžeme předpokládat, že váhy v grafu jsou unikátní?
4. *Řezové lemma* Nalezněte chybu v následujícím řezovém lemmatu: Rozdělím vrcholy G na dvě komponenty A, B pak minimální kostra $T = T(A) \cup T(B) \cup \{e\}$, kde $T(A), T(B)$ jsou minimální kostry na A resp. B a e je nejlevnější hrana řezu.
5. *Platí neplatí*: Rozhodněte, která z následujících tvrzení platí:
 - (a) G alespoň n hran, pak nejdražší hrana není v minimální kostře
 - (b) e nejlevnější (ne nutně jediná), pak patří do nějaké minimální kostry
 - (c) e hrana taková, že $(\forall f \in E, f \neq e): c(e) < c(f)$, je v každé minimální kostře
 - (d) e hrana minimální kostry, pak e je nejlevnější hranou nějakého řezu
 - (e) cyklus obsahuje pouze jednu nejlevnější hranu e , pak e patří do minimální kostry
 - (f) nejkratší cesta mezi lib. dvěma vrcholy patří do minimální kostry
 - (g) Cesta je r -levná pokud všechny její hrany mají váhu nejvýše r . Pokud mezi s, t existuje r -levná cesta pak T spojuje s, t nějakou r -levnou cestou.
 - (h) minimální kostra je souvislý podgraf, že součet cen jeho hran je nejmenší.
6. *Zahazování hran*: Chceme z grafu G s nezápornými váhami zahodit co nejlevnější množinu hran, tak abychom se zbavili všech cyklů
7. *Jiné kostry*: Chceme kostru s minimálním
 - (a) $\max_{e \in T} c(e)$
 - (b) $\prod_{e \in T} c(e)$, kde $c(e) > 0$
8. *Vícero zdrojů/stoků*: Jak vyřešit případ, kdy mám zdrojů a stoků více?
9. *F-F s celočíselnými vahami*: Ukažte, že Fordův-Fulkersonův algoritmus zlepší tok v každé fázi alespoň o 1, pokud jsou váhy celočíselné. Tudíž složitost je $O(|f|(m+n))$.
10. *F-F s racionálními vahami*: Zastaví se Fordův-Fulkersonův algoritmus pokud jsou váhy racionální?

1. *Neunikátnost vah (7 bodů)*: Fungují algoritmy z přednášky i pro neunikátní váhy (například váha každé hrany je 1)? Dokažte funkčnost, případně najděte protipříklad a uveďte, kde ten důkaz pro unikátní váhy selže.
 - (a) Jarníkův (Primův) algoritmus
 - (b) Borůvkův algoritmus
 - (c) Kruskalův (hladový) algoritmus
2. *Mazání hrany (3 body)*: Navrhněte algoritmus, který zjistí, jestli lze z grafu smazat hranu tak, aby zůstal souvislý. Pokud to lze, chceme nějakou takovou hranu vypsat na výstup. Jinými slovy chcete vypsat libovolnou hranu, která není most.
3. *Internet (8 bodů)*: Firma má ve městě N budov, které by ráda připojila k internetu. Spojení dvou budov A, B optickým kabelem stojí $c(A, B)$. Najděte algoritmus, který pro dané c navrhne, jak propojit budovy a které připojit k internetu přímo, aby cena připojení byla co nejnižší. Domy propojené optickým kabelem platí cenu připojení jako jeden dům (platí nejnižší cenu připojení za celou komponentu souvislosti). Pokud víte, že:
 - (a) poskytovatel internetu si účtuje fixní poplatek C za připojení jednoho domu
 - (b) poskytovatel internetu si účtuje připojení podle lokality, tedy cena připojení budovy A je $C(A)$