

1. Řešte pomocí Gaussovy eliminace a pak pomocí LU rozkladu nad \mathbb{Z}_7 $\left(\begin{array}{ccc|c} 3 & 5 & 0 & 1 \\ 1 & 2 & 2 & 4 \\ 1 & 3 & 2 & 3 \end{array} \right)$
2. Dokažte, že v každé grupě platí $(a^{-1})^{-1} = a$ a zároveň $(a \circ b)^{-1} = b^{-1} \circ a^{-1}$.
3. Vezměme pevnou matici $D \in \mathbb{R}^{n \times n}$, pak matice, které s ní komutují tvoří vektorový prostor.
4. V prostoru \mathbb{R}^4 napište vektor $(-7, 12, 2, -4)^T$ jako lineární kombinaci vektorů $(-5, 5, 1, -1)^T$, $(2, -5, 0, 2)^T$, $(3, 2, 0, -2)^T$, $(2, -3, 1, 1)^T$.
5. Dokažte, že soustava $Ax = b$ má řešení právě tehdy když $A^T y = 0, b^T y = 1$ nemá řešení.