

1. Spočítejte $\begin{pmatrix} 1 \\ 3 \end{pmatrix} - 4 \begin{pmatrix} -1 \\ 3 \end{pmatrix} + 2 \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$. Nadále budeme psát $(a, b)^T$ místo $\begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$.
 2. Co je řešením rovnice $2y - 1 = 3$? Co je řešením, pokud přidáme rovnici $x + y = 3$? Napište maticový zápis (druhou rovnici napište na první řádek), nakreslete jako průsečík přímk a jako součet vektorů.
 3. Popište průnik nadrovin $2w + 7x - y + 3z = 5$, $2w - y + 3z = 3$ a $2w - y = 1$ (vše ve čtyřech rozměrech, tedy v \mathbb{R}^4). Co je to geometricky (přímka, bod nebo prázdná množina)? Jaký je průnik, pokud přidáme $2w = -1$? Najděte čtvrtou rovnici tak aby průnikem byla prázdná množina.
 4. Pro každou polohu tří rovin v prostoru (všechny rovnoběžné, průnik jeden bod, průnik přímka, ...) napište soustavu, která má takový tvar. Co znamená rovnoběžnost rovin pro soustavu rovnic? (Hint: počet řešení a dva řádky vyjadřující dvě rovnoběžné roviny.)
 5. Určete středovou rovnici kružnice procházející body $(3, 3)^T$, $(1, 5)^T$, $(5, 5)^T$. Pro připomenutí kružnice se středem $S = (s_1, s_2)^T$ a poloměrem $r \in [0, \infty)$ má rovnici $(x - s_1)^2 + (y - s_2)^2 = r^2$.
 6. Pod jakou podmínkou jsou body $(0, y_1)^T$, $(1, y_2)^T$, $(2, y_3)^T$ na jedné přímce? Pod jakou podmínkou jsou body $(0, 0)^T$, $(y_1, y_2)^T$, $(y_3, y_4)^T$ na jedné přímce?
 7. Najděte rovnici přímky, jejíž úsek mezi souřadnými osami je rozdělen bodem $(2, 6)^T$ na dvě části v poměru 1:2.
 8. (a) Napište parametrické vyjádření $S = \{\vec{u} + t\vec{v} \mid t \in \mathbb{R}\}$ přímky jdoucí body $(1, 2)^T$, $(4, 3)^T$.
 (b) Napište obecnou rovnici $ax + by + c = 0$ přímky jdoucí body $(0, 3)^T$, $(1, 4)^T$. Nakreslete vektor $(a, b)^T$, nepřijde vám kolmý na tu přímku?
 (c) Převeďte obecnou rovnici $3x - 2y + 1 = 0$ na parametrické vyjádření.
 (d) Převeďte parametrické vyjádření $S = \{(1, 2)^T + t(-1, 2)^T \mid t \in \mathbb{R}\}$ na obecnou rovnici.
 Jsou daná vyjádření jednoznačná?
- Najděte obě vyjádření roviny procházející body $(1, 2, 0)^T$, $(-1, 0, 1)^T$, $(0, 3, 1)^T$, pokuste se je na sebe navzájem převést. Co by se stalo, kdyby všechny tři body byly na jedné přímce?
9. Alenka má o tři jablčka víc než Bohouš. Pokud bychom dali každému z nich jedno jablčko, měla by Alenka dokonce dvakrát tolik jablíček než Bohouš. Sestavte soustavu rovnic. Pokud si troufnete, vyřešte.
 10. Pro danou soustavu rovnic $Ax = b$, co se stane s řešením x , když
 - (a) Prohodíme dvě rovnice (změníme pořadí rovnic).
 - (b) Vynásobíme jednu rovnici nenulovým číslem.
 - (c) Přičteme jednu rovnici k druhé.
 Použijte konkrétní zadání minulého příkladu a nakreslete, co se děje s průsečíky přímk a co se děje se sloupcovým pohledem na věc.
 Co se děje s řešením, pokud předchozí (prohození, násobení a přičtení) provádíme se sloupci?
 Pro zamyšlení: je zbytečné, pokud by byly dvě rovnice stejné, nebo jedna rovnice násobkem druhé, nebo jedna rovnice součtem jiných dvou? Je zbytečný nějaký sloupec, pokud by byl stejný jako jiný, násobkem jiného či součtem jiných dvou?
 11. Pro soustavu rovnic $A\vec{x} = 0$ (všechny pravé strany jsou nuly) dokažte, že pro dvě její řešení \vec{x}, \vec{y} jsou řešením také $c\vec{x}$ (pro $c \in \mathbb{R}$) a $\vec{x} + \vec{y}$. Má tato soustava vždy aspoň jedno řešení?
 12. O matici $A = \begin{pmatrix} 1 & a \\ b & 1 \end{pmatrix}$ dokažte, že druhý řádek je násobkem prvního řádku právě když je druhý sloupec násobkem prvního sloupce. Zkuste i pro obecnou matici dva krát dva, pozor na dělení nulou.