Příklad 1 (Inverzní Pascalova matice)**.** Matice pascalova trojúhelníku řádu 4 je

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 1 & 0 \\ 1 & 3 & 3 & 1 \end{pmatrix}.$$

Nalezněte k této matici invezní. Dokážete to obecně pro jakýkoli řád Pascalovy matice?

Příklad 2. Buď $A \in \mathbb{R}^{3\times 3}$ matice taková, že její třetí řadek je součet prvních dvou.

a) Dokažte, že A není invertibilní.

b) Pro jaké vektory $\mathbf{b}$ má soustava $A\mathbf{x} = \mathbf{b}$ řešení?

Příklad 3. a) Nalezněte invertibilní matice A, B, pro které je $A + B$ singulární. (pokud existují)

b) Nalezněte singulární matice A, B, pro které je $A + B$ invertibilní. (pokud existují)

Příklad 4. Matice B je inverzní k matici A^2. Ukažte, že A je invertovatelná a že její inverz je AB.

Příklad 5. A invertibilní matice, dokažte že pokud $AB = AC$, potom $B = C$.

Příklad 6 (Nutnost invertibility)**.**

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$$

nalezněte dvě různé matice B, C takové, že $AB = AC$. Tento přiklad ukazuje, že v důkazu předchozího je nutné použít fakt, že A je invertibilní.

Příklad 7 (Blokové matice)**.** Za předpokladu, že matice A, B, C jsou invertibilní, určete inverzní matici k

$$\begin{pmatrix} A & 0 \\ 0 & B \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} A & B \\ 0 & C \end{pmatrix},$$

kde 0 je nulová matice potřebných rozměrů. Poznámka o rozměrech - rozmyslete si pro jaké rozměry A, B, C je možné blokovou matici poskládat.

Příklad 8 (Bidiagonální matice)**.** Nalezněte inverzní matici k matici

$$\begin{pmatrix} 1 & -a & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -b & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -c \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Příklad 9 (Bloková elimince)**.** Stanovte podmínky za jakých lze blokovou matici

$$\begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix}$$

převést do odstupňovaného tvaru

$$\begin{pmatrix} A & B \\ 0 & S \end{pmatrix}.$$