

**Příklad 1.** Pro matice  $A, B \in \mathbb{R}^{n \times n}$  platí, že  $i$ -tý řádek matice  $AB$  je nulový. Co to prozrazuje o maticích  $A, B$  (o vztahu jejich řádků/sloupců)?

**Příklad 2** (Magické matice). Magická matice řádu  $n$  je matice tvaru  $n \times n$ , která obsahuje všechna čísla  $1, 2, \dots, n^2$ , pro kterou platí, že součet v každém sloupečku je stejný. Určete honotu maticového součinu  $M_n \cdot 1_n$ .

**Příklad 3** (Jednoduché inverze). Představte si, že čtvercová matice  $A$  vznikne z jednotkové matice tak, že jednu její nulovou položku změním na nenulovou. Tato matice je evidentně regulární. Uhodněte matici  $A^{-1}$ .

**Hint 1.** Nepotřebujeme tedy hledat inverze všech sloupečků, ale jen jednoho! A ještě navíc velmi speciálního.

**Příklad 4.** Rozhodněte, zda pro matice  $A, B \in \mathbb{R}^{n \times n}$  platí rovnost  $(A + B)^2 = A^2 + 2AB + B^2$ . Pokud platí, dokažte, pokud ne, opravte a dokažte.

**Příklad 5.** Spočtete maticové součiny pro matice  $\mathbb{R}^{3 \times 3}$  a pokuste se uhodnout (popř. dokázat) pro obecné  $n$ .

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$$

**Příklad 6** (Permutační matice). Matice  $P_{i,j} \in \mathbb{R}^{n \times n}$  se nazývá permutační matice, pokud násobení touto maticí zleva vyvolá prohození  $i$ -tého a  $j$ -tého řádku násbené matice.