

**Příklad 1** (Opakem symetrie není anti-symetrie). Nalezněte množinu (pokud je to možné - jinak dokažte nemožnost) která

- a) je anti-symetrická i symetrická,
- b) je anti-symetrická a není symetrická,
- c) není anti-symetrická i symetrická,
- d) není anti-symetrická ani symetrická.

**Příklad 2** (Reálné intervaly). Rozhodněte, zda množina intervalů na reálné ose (tj.  $\{x = (x_L, x_R) \mid x_L, x_R \in \mathbb{R}, x_L < x_R\}$ ) s operací  $\leq$  definovanou  $x \leq y$  právě když  $x_R \leq y_L$ .

**Příklad 3.** Nechť relace  $R$  je uspořádání, označme  $\bar{R}$  doplněk relace  $R$  (tedy formálně  $(a, b) \in \bar{R}$  právě když  $(a, b) \notin R$ ). Je možné si s tímto pohrát více a zamyslet se nad tím když  $R$  je symetrická, tranzitivní, symetrická a tranzitivní, ... - jaká je  $\bar{R}$ ?

**Příklad 4.** Dokažte, že konečná úplně (=lineárně) uspořádaná množina má maximální a minimální prvek.

**Příklad 5.** Nalezněte (podle předchozího příkladu nekonečnou) úplně uspořádanou množinu, která nemá maximální (nebo minimální) prvek.

**Příklad 6.** Mějme ekvivalenci  $E$  na množině  $M$  a zobrazení  $f : M \rightarrow P$  takové, že  $f(x) = f(y)$  právě když  $(x, y) \in E$  a  $f$  je na. Dále mějme uspořádání  $U$  na množině  $P$ . Na základě tohoto lze přirozeně definovat uspořádání na množině tříd ekvivalence. Jak vypadá? A jak vypadá toto uspořádání rozšířené na množinu  $M$ ?

**Příklad 7 (DCV).** Nechť relace  $R$  na konečné množině  $M$  je taková, že neexistuje konečná posloupnost prvků  $x_1, x_2, \dots, x_k$  splňující  $(x_i, x_{i+1}) \in R$  pro  $i \in [k-1]$  a  $(x_k, x_1) \in R$ . Tedy nemá něco jako cyklus. Dokažte, že existuje uspořádání  $U$  množiny  $M$  takové, že  $R \subset U$  (neboli - kdykoli  $(a, b) \in R$  potom také  $(a, b) \in U$ , ne nutně naopak)