

Příklad 1. Mějme konečnou množinu N . Ukažte, že

- a) $\forall R$ relace na $N \exists i \leq j$ takové, že $R^i = R^j$ (co nejjednodušší argument vyhrává).
- b) $\exists R$ relace na N taková, že $\forall k : R^k \neq R^{k+1}$. Nalezněte příklad R, N .
- c) ukažte, že pro případ a) je konečnost množiny N nezbytná.

Příklad 2 (Skoro stejné body). Pro pevné $\epsilon > 0$ definujme relaci 'skoro stejných bodů' takto: Body $x, y \in \mathbb{R}^n$ jsou skoro podobné v metrice d , pokud $d(x, y) \leq \epsilon$. Jak vypadají skoro podobné body k vybranému bodu x ? Jaké vlastnosti má relace?

Příklad 3 (Lepší tygři?). Na množině tygrů žijících v lese definujme relaci $X(T_1, T_2)$ lepšího tygra tak, že tygr T_1 má delší ocas než tygr T_2 (a tedy výše a dále doskočí) nebo má ve svém pokřiku 'úhuchuchúúú' více znaků 'ú'. Co lze říci o relaci X a co o relaci X^2 ?

Příklad 4 (Bonus). Něco o tygrech z předchozího příkladu. Jakou mají barvu (pruhy), oblíbené písmenko, čeho se bojí a jak se jmenuje les, ve kterém žijí.

Příklad 5 (Sumy a indukce). Trocha matematické praxe. Nalezněte vzorečky pro tyto sumy:

- a) $\sum_{i=0}^n 2^i$
- b) $\sum_{i=0}^n i^2$