Příklady

Příklad 1. Rozhodněte, zda platí, že ve stromě mezi každými dvěma vrcholy existuje právě jedna cesta.

Příklad 2. Rozhodněte, zda platí, opačné tvrzení v předchozím příkladu.

Příklad 3. Rozhodněte, zda platí, že ve stromě mezi každými dvěma vrcholy stejného stupně existuje právě jedna cesta.

Příklad 4. Rozhodněte, zda platí, opačné tvrzení v předchozím příkladu.

Příklad 5. Rozhodněte, zda platí následující tvrzení. Posloupnost kladných celých čísel $(d_1, d_2, \ldots, d_n)$ je skóre stromu, právě tehdy když $\sum_{i\in[n]} d_i = 2(n-1)$.

Příklad 6. Saturovaný uhlovodík je molekula C_nH_m, kde každý uhlík je má 4-vazby, zatímco vodím právě jednu (všechny vazby uvažujme jednoduché). Dále pak žádná sekce atomů netvoří cyklus. Ukažte, že takováto molekula existuje pro $m = 2n + 2$.

Příklad 7. Nalezněte dva (co nejmenší?) neizomorfní grafy se stejným skóre.

Příklad 8. Pro každé n nalezněte posloupnost celých čísel $(a_1, a_2, \ldots, a_n)$ splňující pro každé i vztahy $1 \leq a_i \leq n-1$ a $2 | \sum_{i\in[n]} a_i$ která není skóre žádného grafu.

Příklad 9. Buď $G = ([n], E)$ graf. Definujme nyní $\mathcal{S}_G = \{(i,j) \colon \{i,j\} \in E\}$ jako množinu transpozic (permutací prohazujících dva prvky). Dále pak množinu $\mathcal{P}_G$ jako množinu permutací generovaných transpozicemi $\mathcal{S}$.
Pro jaké grafy platí, že $|\mathcal{P}_G| = n!$?

Definice. *Line graf* $L(G)$ má za vrcholy hrany grafu G a 2 vrcholy v $L(G)$ reprezentující hrany $e, f \in V(G)$ jsou spojeny pokud hrany e a f sdílejí vrchol.

Příklad 10. Ukažte, že pokud je graf G eulerovský, pak i jeho line graf $L(G)$ je eulerovský.

Příklad 11. Ukažte, že linegraf neobsahuje $K_{1,3}$ jako indukovaný podgraf.

Příklad 12. Ukažte, že každý graf, jehož všechny vrcholy mají stupeň alespoň d, obsahuje cestu na $d+1$ vrcholech jako podgraf.