

Připomenutí:

- (Bernoulliho nerovnost) Necht' $x \geq -1$ a $r \geq 1$ jsou reálná čísla. Pak $(1+x)^r \geq 1+rx$.
- (Binomická věta) Pro $x \in \mathbb{R}$ a $n \in \mathbb{N}$ platí, že $(1+x)^n = \sum_{k=0}^n x^k \binom{n}{k}$.

Úloha 1: Spočítejte následující limity.

- a) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n+1}{n+2}$
- b) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(4 + \frac{1}{n} + \frac{3}{n^2 - 2n}\right) \left(5 - \frac{1}{n^2}\right)$
- c) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n^3 + 6n}{n^3 - 7n + 7}$
- d) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{n}}{n^3 + 1}$
- e) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(n+4)^{2017} - (n+3)^{2017}}{(n+2)^{2017} - n^{2017}}$
- f) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3^n + 5^n + 10^n}{-2^{n+1} + 5^{n+1} + 10^{n+1}}$

Úloha 2: Pomocí věty o dvou polícajtech, známých nerovností a identit spočítejte následující limity.

- a) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(-1)^n}{n}$
- b) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \sin n^2$
- c) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n}{2^n}$
- d) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^k}{n!}$, pro $k \in \mathbb{N}$
- e) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2^n}{n!}$.
- f) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{q^n}{n!}$, pro $q \in \mathbb{R}$.