

Úloha 1: Spočítejte následující limity s použitím věty o dvou policajtech:

a) $\lim_{x \rightarrow 0} x^2 \cos\left(\frac{1}{x}\right)$

b) $\lim_{x \rightarrow 0} x \sin\left(\frac{1}{x}\right)$

c) $\lim_{x \rightarrow 0} x^2 e^{\sin\left(\frac{1}{x}\right)}$

d) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\ln(1+2^x)}{x}$

Úloha 2: Rozšiřte si repertoár známých limit:

a) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arcsin x}{x}$

b) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} x}{x}$

c) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{arctg} x}{x}$

d) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\ln x}{x-1}$

Úloha 3: Rozhodněte, zda je v bodě $x = 0$ možné spojitě dodefinovat následující funkce, které jsou na $\mathbb{R} \setminus \{0\}$ dány předpisem:

a) $f(x) = \operatorname{arctg} \frac{1}{x^2}$

b) $f(x) = \frac{1 - \cos x}{x^3}$

c) $f(x) = x^3 \sin^2 \frac{1}{x}$

Úloha 4: Rozhodněte, zda následující limity existují. Pokud existují, určete jejich hodnotu.

a) $\lim_{x \rightarrow 0} \sin\left(\frac{1}{x}\right)$

b) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin\left(x \sin\left(\frac{1}{x}\right)\right)}{x \sin\left(\frac{1}{x}\right)}$

Úloha 5: Určete následující limity

a) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(\cos x)}{x}$

b) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\ln(1+x^2)}{\ln(2+3x^3)}$

c) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{x^2} - 1}{\cos x - 1}$

d) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{e^{\sqrt{x}}}{x}$

e) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} x}{\cos x - 1}$

f) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sin x - x}{x^3}$

Úloha 6: Určete následující limity:

a) $\lim_{x \rightarrow \infty} x(e^{\frac{1}{x}} - 1)$

b) $\lim_{x \rightarrow \infty} x \operatorname{arctg} \frac{1}{x}$

c) $\lim_{x \rightarrow \infty} x^2 \arcsin \frac{1}{x}$

Úloha 7: Určete následující limity:

a) $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{3x} - \frac{1}{\sin x} \right)$

Úloha 8: Určete následující limity:

a) $\lim_{x \rightarrow 0} (e^x + x)^{\frac{1}{x}}$

b) $\lim_{x \rightarrow 0} (e^x - 4x)^{\frac{1}{x}}$

c) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{2}{x} \right)^x$

d) $\lim_{x \rightarrow 0} (\cos x)^{\cot^2 x}$

e) $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{\sin x}{x} \right)^{\frac{1}{x^2}}$