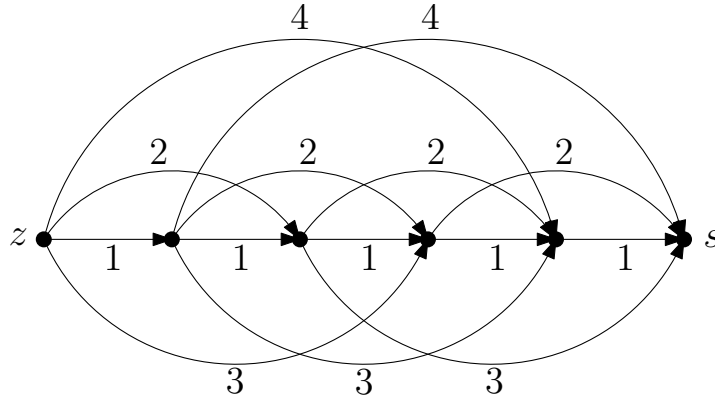


Třetí série domácích úkolů

Příklad 1. Najděte maximální tok a minimální řez v následující síti. Čísla u hran udávají kapacity.



K řešení následujících příkladů můžete předpokládat, že máte k dispozici algoritmus, který v zadané síti najde maximální tok. Navíc můžete předpokládat, že pokud jsou všechny kapacity na hranách celá čísla, tak nalezený maximální tok má celočíselný průtok přes každou hranu.

Příklad 2. Máme zadány dvě n -tice (a_1, \dots, a_n) a (b_1, \dots, b_n) nezáporných celých čísel. Rozhodněte, zda existuje orientovaný graf na množině vrcholů $1, 2, \dots, n$ takový, že z vrcholu i vychází a_i hran a vchází do něj b_i hran. Hledaný graf by měl být bez smyček a souhlasně orientovaných vícenásobných hran, ale může obsahovat dvojici ‘protisměrných’ hran uv a $vú$.

Příklad 3. V poslanecké sněmovně působí několik sněmovních výborů. Každý poslanec je členem právě jednoho výboru a každý výbor má pevně stanovený počet členů. Po každých volbách je nutno každému poslanci určit výbor, jehož má být členem. Předpokládejme, že nám po volbách každý poslanec z nově zvolené sněmovny oznámí seznam těch výborů, v nichž je ochoten působit. Navrhněte algoritmus, který poslance rozdělí do výborů tak, aby každý poslanec byl v některém z jeho zvolených výborů, případně určí, že takové rozdělení neexistuje. Obtížnější varianta: předpokládejme, že každý poslanec je členem právě jedné politické strany, a chtějme rozdělit poslance do výborů podle výše uvedených pravidel, a navíc tak, aby žádná strana neměla v žádném výboru víc než deset zástupců.