

Domácí úkol z matematické analýzy 2

Termín odevzdání: neděle 11. března

- 2 1. Necht' f je funkce, která má spojitou čtvrtou derivaci a jejíž Taylorův polynom třetího stupně se středem v nule je roven $1 + x + x^3$. Spočítejte Taylorův polynom třetího stupně se středem v nule funkce

$$g(x) = \frac{1}{f(x)}.$$

Nezapomeňte zdůvodnit, že vaše odpověď je správná.

2. Spočítejte Taylorův polynom k -tého stupně se středem v nule následujících funkcí:

2 (a) $f(x) = \ln(1 + x)$

2 (b) $f(x) = \frac{3x+3}{2x^2-x-1}$ (tady vám může pomoci rozklad na parciální zlomky)

- 2 3. Najděte reálné konstanty $a, b \in \mathbb{R}$ tak, aby funkce $\frac{ax}{1+bx^2}$ byla co nejpřesnější aproximací funkce $f(x) = \sin(x)$ v okolí bodu $x = 0$. Jinými slovy, najděte a, b tak, aby platilo

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(x) - \frac{ax}{1+bx^2}}{x^k} = 0$$

pro co největší $k \in \mathbb{N}$. Jak velké k dokážete dosáhnout?