

Číslo ve čtverečku u každého příkladu označuje maximální počet bodů, které za ten příklad můžete získat. Vyřešené příklady dodejte nejpozději do začátku cvičení v pátek 16. března 2007.

V následujících příkladech pojem *podgraf grafu G* označuje podmnožinu množiny hran grafu G . Podgraf je *eulerovský*, pokud má všechny stupně sudé (nemusí být nutně souvislý).

- 4 1. Necht' je G rovinné nakreslení 2-souvislého rovinného grafu. Označme \mathcal{K} množinu všech těch kružnic, které tvoří hranice omezených stěn. Dokažte, že \mathcal{K} je báze prostoru eulerovských podgrafů G .
- 2+2 2. Necht' $G = (V, E)$ je libovolný graf na n vrcholech, který obsahuje vrchol x stupně $n - 1$. Necht' $G - x$ označuje graf, který vznikne z G odstraněním vrcholu x a všech hran, které z něj vycházejí. Dokažte, že počet eulerovských podgrafů grafu G je roven počtu všech podgrafů grafu $G - x$ (2 body). Najděte jednoduchou explicitní bijekci mezi množinou podgrafů grafu $G - x$ a množinou eulerovských podgrafů grafu G (2 body navíc).
- 2+3 3. G_1 a G_2 jsou dva disjunktní grafy, jejichž chromatické polynomy označíme $p_1(x)$ a $p_2(x)$. Necht' G je graf, který vznikne jako sjednocení G_1 a G_2 , necht' $p(x)$ je jeho chromatický polynom. Vyjádřete $p(x)$ pomocí $p_1(x)$ a $p_2(x)$ (2 body). Řešte obdobnou úlohu v situaci, kdy G_1 a G_2 mají právě jeden společný vrchol a jinak jsou disjunktní (3 body).
- 3 4. Spočítejte chromatický polynom cesty na n vrcholech.
- 4 5. Kolik koster mají následující grafy? (1 bod za každý graf, nezapomeňte naznačit, jak jste k výsledku dospěli.)

