

Jméno:

| | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|----------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | Σ |
| | | | | | | | | | |

Zkoušková písemka z Matematické analýzy I

9. 6. 2020

Čas: 2 hodiny.

Není povoleno používat kalkulačky a jinou elektroniku ani přinesené písemné materiály. Tvzení z přednášky můžete používat bez důkazu, pokud není uvedeno jinak, nicméně je nutno uvést, které tvzení používáte.

- (5 bodů) Napište definici pojmu *hromadný bod* posloupnosti.
- (10 bodů) Najděte příklad posloupnosti, která má nekonečně mnoho hromadných bodů, a uveďte, které hromadné body to jsou.
- (10 bodů) Rozhodněte a zdůvodněte, zda některý z následujících dvou výroků implikuje ten druhý. O každé ze dvou možných implikací dokažte, že platí, nebo uveďte protipříklad.
 - Množina hromadných bodů posloupnosti $(a_n)_{n=0}^{\infty}$ obsahuje $+\infty$.
 - Posloupnost $(a_n)_{n=0}^{\infty}$ není shora omezená.
- (10 bodů) Zformulujte větu o dvou policajtech pro posloupnosti. Zformulujte důkaz této věty pro situaci, kdy limita je reálné číslo.
- (10 bodů) Zformulujte a dokažte Lagrangeovu větu o střední hodnotě.
- (15 bodů) Vyšetřete průběh funkce $f(x) = x(2-x)^3$: určete definiční obor, obor hodnot, intervaly monotonie, lokální i globální extrémy a intervaly konvexity a konkávnosti. Na základě těchto poznatků načrtněte graf funkce.
- (5 bodů) Definujte, co je *Taylorova řada funkce f se středem v bodě b* .
- (10 bodů) Najděte příklad funkce $f: [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}$, která není riemannovsky integrovatelná na intervalu $[0, 1]$, ale funkce f^2 na tomto intervalu riemannovsky integrovatelná je.
- (5 bodů) Spočítejte $\int_0^{9\pi/2} (\sin x)^7 \cos x \, dx$.