

Příklad 1. Necht ℓ_n označuje počet způsobů, jak lze číslo n vyjádřit jako součet tří lichých přirozených čísel. Najděte vzorec v uzavřeném tvaru pro mocninou řadu $\sum_{n=0}^{\infty} \ell_n x^n$.

Příklad 2. Necht b_n označuje počet způsobů, jak lze číslo n vyjádřit jako součet kladného počtu lichých přirozených čísel. Najděte vzorec v uzavřeném tvaru pro mocninou řadu $\sum_{n=0}^{\infty} b_n x^n$.

Příklad 3. Necht a_n označuje počet způsobů, jak lze číslo n vyjádřit jako součet nezáporného počtu sčítanců, kde každý sčítanec je roven 1 nebo 2. Najděte vzorec v uzavřeném tvaru pro mocninou řadu $\sum_{n=0}^{\infty} a_n x^n$. Porovnejte výsledek s předchozím cvičením a odvoďte souvislost mezi posloupnostmi (a_0, a_1, \dots) a (b_0, b_1, \dots) .

Příklad 4. Necht $b_{n,k}$ označuje počet způsobů, jak lze číslo n vyjádřit jako součet k lichých přirozených čísel ($b_{0,0}$ necht je 0). Najděte vzorec v uzavřeném tvaru pro mocninou řadu $B(x, y) = \sum_{n,k=0}^{\infty} b_{n,k} x^n y^k$.

Příklad 5. Necht $c_{n,k}$ označuje počet způsobů, jak lze číslo n vyjádřit jako součet kladného počtu lichých přirozených čísel v němž se k -krát vyskytuje sčítanec 1. Najděte vzorec v uzavřeném tvaru pro mocninou řadu $C(x, y) = \sum_{n,k=0}^{\infty} c_{n,k} x^n y^k$.

Příklad 6. Necht $C(x, y)$ je řada z předchozího příkladu. Najděte kombinatorický význam koeficientu u x^n v následujících mocninných řadách jedné proměnné:

- $C(x, 1)$
- $C(x, 0)$
- $D(x, 1)$, kde $D(x, y) = \frac{d}{dy} C(x, y)$.